



Analyse alter Diagramme

R. Sydow, Niederfinow (Deutschland)
(2022)

abstrakt: Die Auswertung von funktionellen Zusammenhängen als bildliche Darstellung in einem Diagramm ist anschaulich. Will man aber mehr Informationen dem Bild der Funktion entnehmen, ist die grafische Darstellung nicht grundsätzlich aussagekräftig.

Hier geht es um die Ermittlung des Anstiegs von Geraden in einem Diagramm. Um dabei den programmiertechnischen Aufwand zu minimieren, wurde Standardsoftware von Windows verwendet.

Am Beispiel der Auswertung des Maryland-Experiments wurde die Methodik angewendet und die Anstiege von darin enthaltenen Geraden ermittelt.



Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	2
Abkürzungen	2
Einleitung	3
Die Voraussetzungen	4
die Methodik	5
Berechnungen	6
Darstellung der Koordinatenachsen	7
Koordinaten eines Punktes	7
Umrechnung in Diagrammkoordinaten	9
Berechnung der Hilfsgeraden	9
Aufbau der Excel-Tabelle	10
Beispiel	12
Literatur	15

Abkürzungen

Crsr	Cursor
PC	Personalcomputer
u. U.	unter Umständen

Einleitung

Ist es schon mal vorgekommen, dass in einer Veröffentlichung eine Funktion nur als Bild dargestellt wurde und die Gleichung fehlte?

Sicher ist oft der Werdegang ein anderer und die Gleichung existiert, sodass sich daraus das Bild ergibt. Doch gibt es oft auch den Fall, dass eine Funktion als Ergebnis von Messwerten nur als Bild dargestellt werden kann, weil die Gleichung sich nicht plausibel ableiten lässt. Sollte zur Anwendung einer Regressionsanalyse die Überführung der Grafik in eine Wertetabelle gewünscht werden, lässt sich das mit einem Programm (siehe [Syd]) erledigen.

Es kann aber auch sinnvoll sein, den Graph der Funktion in lineare Teilstücke zu zerlegen. Ein solches Beispiel wird im Folgenden vorgestellt. Dazu soll kein aufwändiges Programm erstellt werden, sondern es sollen die in jedem windowsbasierten PC vorhandenen Ressourcen genutzt werden.

Deshalb sei im Folgenden eine Methodik erläutert, mit deren Hilfe so eine Umformung trotz gewisser Verzerrungen des Originalbildes mit relativ geringem Fehler durchgeführt werden kann.

Ausgehend von dem folgenden Beispiel soll das hier angewendete Prinzip der Datenermittlung zur Analyse einer Funktion beschrieben werden.

Das betrachtete Beispiel ist ein Bild (siehe [All] S. 21), das der Literatur entnommen wurde und in lineare Teilstücke zerlegt werden soll (vgl. Bild 1).

Zum Hintergrund des Bildes ist zu sagen, dass es Messwerte des Maryland-Experimentes (siehe [All]) zeigt. In diesem Experiment wurde mittels Uhren die gravitative Zeitdilatation in verschiedenen Höhen aufgenommen. Durch den 5-stündigen Wechsel der Flughöhe eines Flugzeugs änderte sich der Einfluss auf die Uhren merklich. Diese Änderung zeigt sich im veränderten Anstieg der Messdaten.

Diese Änderung war erwartet worden und führt dazu, dass die Ermittlung einer Geraden als Funktion für den gesamten Zeitbereich des Experimentes nicht den physikalischen Zusammenhang widerspiegeln würde. Insofern ist auch keine Funktion in der Form einer Gleichung angegeben. Der Datenverlauf hat dem Experiment geschuldet Unstetigkeitsstellen.

Das führt zwangsläufig zu dem Wunsch, diese Anstiege für die 5-stündigen Zeitbereiche gesondert zu erfassen. Es ist also auf die Grafik die im Folgenden beschriebene Methodik anzuwenden, um den Versuchsverlauf zu analysieren.

Die Voraussetzungen

Die erforderliche Software ist das in Windows vorhandene Programm „Paint“.
In dieses Programm ist das gewünschte Bild zu integrieren (siehe Bild 1). Das Bild ist also mittels Snipping-Tool aus einer PDF-Datei zu extrahieren. Gegebenenfalls kann es auch abfotografiert werden, um es dann als digitales Bild weiterzuverarbeiten.

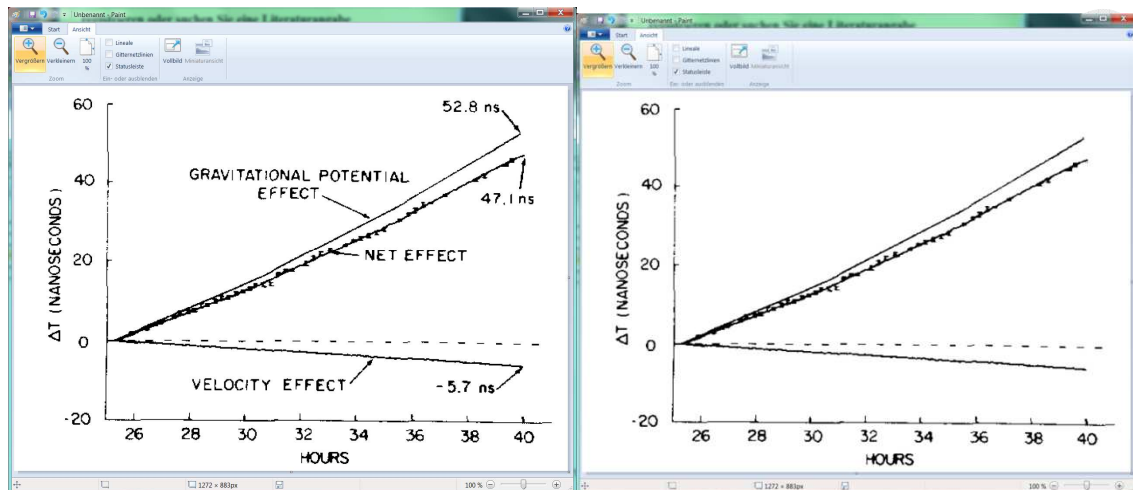


Bild 1: a: Beispielbild

b: ggf. gereinigt

Wenn das Bild gereinigt wird, es also von unwesentlichen Details befreit wird, dient das lediglich der Übersicht hier in der Beschreibung des Verfahrens.

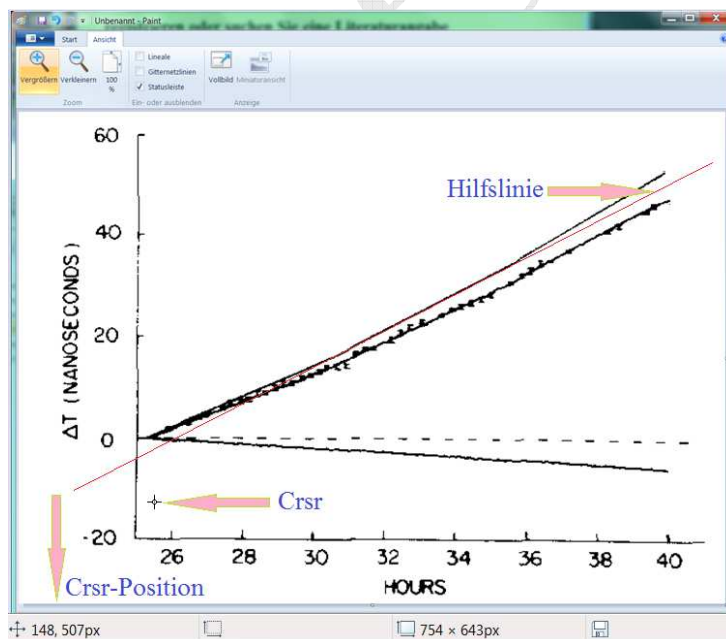


Bild 2: Vorbereitung des Verfahrens

Es sind für ein aussagekräftiges Ergebnis der Analyse dennoch einige Voraussetzungen zu beachten.

Das Bild sollte nicht verzerrt sein. Eine Verzerrung des Bildes ist mit diesem Verfahren nicht zu kompensieren.

Verzerrungen werden deutlich, wenn beispielsweise die Koordinatenachsen kurvige Formen annehmen. Da deutet dann darauf hin, dass u. U. beim Fotografieren oder einscannen des Bildes das Blatt nicht glatt zur Aufnahmeebene gelegen hat. Solche Fehler sind dann durch erneutes Erstellen der Kopie zu beheben.

Beim Aufnehmen von Punkten einer Geraden sollte darauf geachtet werden, dass diese nicht eng aneinander liegen. Das angewendete Verfahren der Bestimmung der Geraden ist die Anwendung von 2-Punktgleichungen. Je weiter die Punkte auf der Geraden voneinander entfernt sind, umso genauer wird die Gerade zu bestimmen sein. Fehler in der Bestimmung der Punkte werden sich über deren Abstand relativieren.

Genauso wird dieses Verfahren nicht für Diagramme funktionieren, deren Achse keine lineare Einteilung haben. Für solche Diagramme wäre ein zusätzlicher mathematischer Aufwand nötig.

die Methodik

Der Ablauf der Datenermittlung gestaltet sich wie folgt. Dabei sind die Konventionen im Bild 3 erklärt.

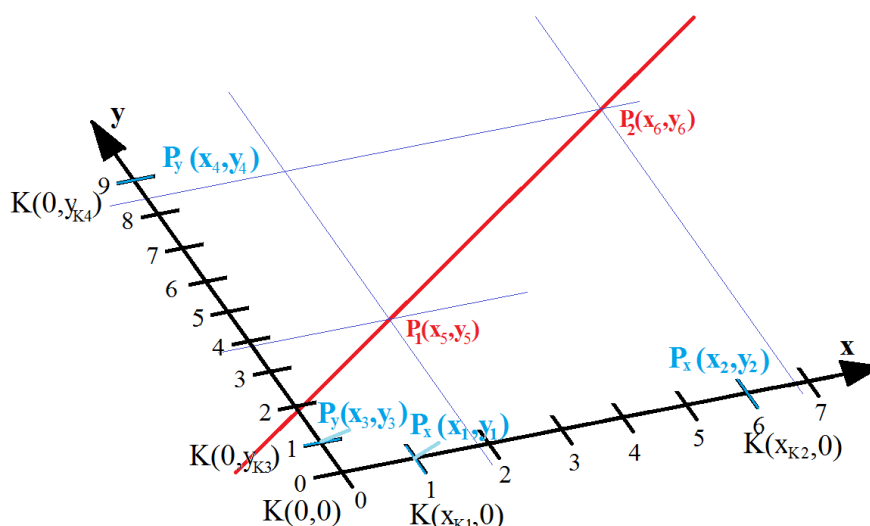


Bild 3: Koordinatensystem



Im Bild sind die Punkte dargestellt, wie sie im weiteren Verlauf der Betrachtung zu ermitteln sind, um die rote Gerade zu bestimmen. Dabei sind mit K die Punkte im Koordinatensystem des Bildes und mit P die Crsr-Positionen im Paint bezeichnet.

Der folgende Ablauf ist nun abzuarbeiten:

- Das eingescannte oder ausgeschnittene Bild ist in das Programm „Paint“, wie im Bild 1 gezeigt, einzufügen
- Es können Hilfslinien entsprechend Bild 2 eingefügt werden.

Diese Linien können an die im Bild vorhandene Linien angelegt werden. Damit soll erreicht werden, dass eine gute Übereinstimmung zwischen zu ermittelnder Gerade und der Hilfslinie erreicht wird. Grundsätzlich würde es auch reichen, zwei Punkte aus der zu ermittelnden Gerade auszuwählen, um die nachfolgenden Berechnungen durchzuführen.

Das Ausrichten der Hilfslinien ist im Programm einfach möglich. Sie können an beliebige Anfangs- oder Endpunkte gezogen werden oder auch parallel verschoben werden.

- mit dem Crsr kann nun jeder gewünschte Punkt angepeilt werden
- Die Crsr-Position ist für die angepeilten Punkte direkt als Wertepaar abzulesen. Dabei ist zu beachten, dass das Koordinatensystem der Cursorpositionen im Paint-Programm auf dem Kopf steht. Das heißt, dass der Koordinatenursprung dieses Systems in der linken, oberen Ecke des Bildes ist.
- Einlesen der Koordinatenachsen.

Um den Bezug zwischen den mittels Crsr-Position bestimmten Punkten im Bild in Relation zu den Diagrammwerten herstellen zu können, ist es wichtig, zuerst die Achsen des Diagramms selbst zu analysieren. Hierbei werden mittels Crsr die Crsr-Positionen zweier Punkte auf der jeweiligen Koordinatenachse bestimmt und in Relation zum jeweiligen Wert auf der Achse gesetzt.

Die ermittelten Werte können in die Excel-Tabelle „Analyse_Diagr_Berechnung.xls“ eingegeben werden. Dazu sind in die entsprechenden Felder die Koordinaten des Paint-Bildes x und y einzugeben. Zusätzlich sind die Werte des Koordinatensystems x_k und y_k einzugeben.

- Dann sind mittels Crsr zwei Punkte der Hilfslinie anzuklicken, um die Paint-Koordinaten dieser Punkte ebenfalls in die Excel-Tabelle einzutragen.
- Die Berechnung der gewünschten Werte wird dann nach dem folgenden Schema in der Excel-Tabelle selbständig ausgeführt.

Berechnungen

Zur Berechnung wird hier der Rechenweg erläutert. Dazu werden die Formeln der Vektorrechnung bemüht.

Das Ziel der Rechnung ist, die Koordinaten der Punkte der Hilfsgeraden des Paint-Programms in die Koordinaten des Diagramms umzurechnen.

Wenn man diese Koordinaten dann hat, können daraus die Parameter der Geraden ermittelt werden.

Es werden zuerst die gewünschten Werte im Paint-System ermittelt, um sie letztendlich in das System des Diagramms umzurechnen.



Darstellung der Koordinatenachsen

Die Koordinatenachsen lassen sich aus den Punkten P_x und P_y (siehe Bild 3) darstellen. Die Darstellung erfolgt als Punkt-Richtungs-Gleichung.

$$a_x = P_x(x_1, y_1) + \lambda(P_x(x_2, y_2) - P_x(x_1, y_1)) \quad \text{Gl. 1.1}$$

$$a_x = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \lambda \left[\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \right] \quad \text{Gl. 1.2}$$

und

$$a_y = P_y(x_3, y_3) + \mu(P_y(x_4, y_4) - P_y(x_3, y_3)) \quad \text{Gl. 2.1}$$

$$a_y = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix} + \mu \left[\begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix} \right] \quad \text{Gl. 2.2}$$

Diese beiden Vektoren a_x und a_y sind die Koordinatenachsen bestimmt und mit ihnen kann entsprechend weiter gerechnet werden.

Koordinaten eines Punktes

Um auf die Koordinaten eines Punktes der Hilfslinie zu kommen, sind die im Bild 3 blau eingezeichneten Linien hilfreich. Fasst man diese als Vektoren auf, führen sie im Schnittpunkt mit den Vektoren der oben angegebenen Koordinatenachsen auf die Koordinate des Punktes im System des Paint-Programms.

Diese Vektoren ergeben sich für die x-Koordinate des Punkt P_1 aus dem Startpunkt P_1 und der Richtung der y-Achse:

$$b_x = P_1(x_5, y_5) + v(P_y(x_4, y_4) - P_y(x_3, y_3)) \quad \text{Gl. 3.1}$$

$$b_x = \begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \end{pmatrix} + v \left[\begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix} \right] \quad \text{Gl. 3.2}$$

und für die y-Koordinate des Punktes P_1 aus dem Startpunkt P_1 und der Richtung der x-Achse:

$$b_y = P_1(x_5, y_5) + \xi(P_x(x_2, y_2) - P_x(x_1, y_1)) \quad \text{Gl. 4.1}$$

$$b_y = \begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \end{pmatrix} + \xi \left[\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \right] \quad \text{Gl. 4.2}$$

Um nun die Schnittpunkte zu berechnen, sind lediglich diese Vektoren mit den korrespondierenden Achsen gleichzusetzen:

$$b_x = a_x \quad \text{Gl. 5}$$

und

$$b_y = a_y \quad \text{Gl. 6}$$

Es folgt für den Schnittpunkt aus Gleichung Gl. 5:

$$\begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \end{pmatrix} + v \left[\begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \lambda \left[\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \right] \quad \text{Gl. 7.1}$$

Daraus leitet sich das folgende Gleichungssystem ab:

$$x_5 + v(x_4 - x_3) = x_1 + \lambda(x_2 - x_1) \quad \text{Gl. 7.2}$$

$$y_5 + v(y_4 - y_3) = y_1 + \lambda(y_2 - y_1) \quad \text{Gl. 7.3}$$

Löst man die Gleichung Gl. 7.2 nach v auf, ergibt sich:



$$v = \frac{x_1 + \lambda(x_2 - x_1) - x_5}{(x_4 - x_3)} \quad \text{Gl. 8}$$

Somit ist v in Gleichung Gl. 7.3 einzusetzen und es folgt:

$$y_5 + \frac{x_1 + \lambda(x_2 - x_1) - x_5}{(x_4 - x_3)}(y_4 - y_3) = y_1 + \lambda(y_2 - y_1) \quad \text{Gl. 9}$$

woraus sich nach λ umstellen lässt:

$$y_5(x_4 - x_3) + (x_1 + \lambda(x_2 - x_1) - x_5)(y_4 - y_3) = y_1(x_4 - x_3) + \lambda(y_2 - y_1)(x_4 - x_3) \quad \text{Gl. 10.1}$$

was dann nach Ausmultiplizieren und Umstellen in den folgenden Schritten zum Ziel führt:

$$(y_5 - y_1)(x_4 - x_3) + (x_1 - x_5)(y_4 - y_3) + \lambda(x_2 - x_1)(y_4 - y_3) = \lambda(y_2 - y_1)(x_4 - x_3) \quad \text{Gl. 10.2}$$

$$\lambda[-(x_2 - x_1)(y_4 - y_3) + (y_2 - y_1)(x_4 - x_3)] = (y_5 - y_1)(x_4 - x_3) + (x_1 - x_5)(y_4 - y_3) \quad \text{Gl. 10.3}$$

$$\lambda = \frac{(y_5 - y_1)(x_4 - x_3) + (x_1 - x_5)(y_4 - y_3)}{(y_2 - y_1)(x_4 - x_3) - (x_2 - x_1)(y_4 - y_3)} \quad \text{Gl. 10.4}$$

In Analogie zu diesem Rechengang lässt sich auch das μ aus der Gleichung Gl. 6 ableiten. Es folgt dann:

$$\begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \end{pmatrix} + \xi \left[\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix} + \mu \left[\begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix} \right] \quad \text{Gl. 11.1}$$

Daraus leitet sich das folgende Gleichungssystem ab:

$$x_5 + \xi(x_2 - x_1) = x_3 + \mu(x_4 - x_3) \quad \text{Gl. 11.2}$$

$$y_5 + \xi(y_2 - y_1) = y_3 + \mu(y_4 - y_3) \quad \text{Gl. 11.3}$$

Löst man die Gleichung Gl. 11.2 nach v auf, ergibt sich:

$$\xi = \frac{x_3 + \mu(x_4 - x_3) - x_5}{(x_2 - x_1)} \quad \text{Gl. 12}$$

Somit ist ξ in Gleichung Gl. 11.3 einzusetzen und es folgt:

$$y_5 + \frac{x_3 + \mu(x_4 - x_3) - x_5}{(x_2 - x_1)}(y_2 - y_1) = y_3 + \mu(y_4 - y_3) \quad \text{Gl. 13}$$

woraus sich nach μ umstellen lässt:

$$y_5(x_2 - x_1) + (x_3 + \mu(x_4 - x_3) - x_5)(y_2 - y_1) = y_3(x_2 - x_1) + \mu(y_4 - y_3)(x_2 - x_1) \quad \text{Gl. 14.1}$$

was dann nach Ausmultiplizieren und Umstellen in den folgenden Schritten zum Ziel führt:

$$(y_5 - y_3)(x_2 - x_1) + (x_3 - x_5)(y_2 - y_1) + \mu(x_4 - x_3)(y_2 - y_1) = \mu(y_4 - y_3)(x_2 - x_1) \quad \text{Gl. 14.2}$$

$$\mu[-(x_4 - x_3)(y_2 - y_1) + (y_4 - y_3)(x_2 - x_1)] = (y_5 - y_3)(x_2 - x_1) + (x_3 - x_5)(y_2 - y_1) \quad \text{Gl. 14.3}$$

$$\mu = \frac{(y_5 - y_3)(x_2 - x_1) + (x_3 - x_5)(y_2 - y_1)}{(y_4 - y_3)(x_2 - x_1) - (x_4 - x_3)(y_2 - y_1)} \quad \text{Gl. 14.4}$$

Mit diesen so ermittelten Parametern λ und μ sind über die Gleichungen Gl. 1.2 und Gl. 2.2 die Stellen auf den Koordinatenachsen zu finden, die auch den Koordinaten des Punktes P_1 entsprechen.

Umrechnung in Diagrammkoordinaten

Nun ist es möglich, die gefundenen Koordinaten des Punktes auf den Koordinatenachsen in das System K, dem System des Diagramms zu transferieren. Es sind also für den Punkt P_1 die Koordinaten x_{K5} und y_{K5} zu ermitteln.

Dazu ist es erforderlich, einen entsprechenden Maßstab zu finden, der diese Umrechnung möglich macht. Dieser Maßstab ist durch eine einfache Proportion darzustellen:

$$M_x = \frac{x_{K2} - x_{K1}}{x_2 - x_1} \quad \text{Gl. 15.1}$$

$$M_y = \frac{y_{K4} - y_{K3}}{y_4 - y_3} \quad \text{Gl. 15.2}$$

Dass sich dieser Maßstab für die x-Achse nur auf x-Koordinaten und für die y-Achse nur auf y-Koordinaten bezieht, ergibt sich aus den Null-Koordinaten der entsprechenden Achsen. Einen Maßstab für die x-Achse in y-Richtung kann es nicht geben, weil für die x-Achse die y-Werte gerade null sind. Analog trifft das für die y-Achse zu.

Insofern sind dann auch nur die entsprechenden Werte des Systems im Paint von Belang.

Das bedeutet, dass aus der Gleichung Gl. 1.2 lediglich die x-Koordinaten zu extrahieren sind. Diese sich ergebende Gleichung reicht auch aus, um den gewünschten Wert der x-Koordinate des Punktes P_1 zu ermitteln. Es folgt:

$$x_{P5} = x_1 + \lambda(x_2 - x_1) \quad \text{Gl. 16}$$

und

$$x_{K5} = x_{K1} + M_x(x_{P5} - x_1) \quad \text{Gl. 17}$$

Die analoge Betrachtung für die Umrechnung der y-Koordinate des Punktes P_1 ergibt aus der Gleichung Gl. 2.2 das Folgende:

$$y_{P5} = y_3 + \mu(y_4 - y_3) \quad \text{Gl. 18}$$

und

$$y_{K5} = y_{K3} + M_y(y_{P5} - y_3) \quad \text{Gl. 19}$$

Berechnung der Hilfsgeraden

Hat man nun die Koordinaten x_{K5} und y_{K5} des Punktes P_1 sind nach demselben Ablauf die Koordinaten x_{K6} und y_{K6} des Punktes P_2 zu bestimmen. Mit diesen beiden Punkten ist es möglich, die Charakteristik der Hilfsgerade zu berechnen.

Der Anstieg der Geraden ergibt sich nach der Tangens-Gleichung, die da lautet: Gegenkathete durch Ankathete:

$$m = \frac{y_{K6} - y_{K5}}{x_{K6} - x_{K5}} \quad (\text{vgl. [Göh] S. 44}) \quad \text{Gl. 20}$$

Hat man nun den Anstieg m , ist die Berechnung des Schnittpunktes mit der y -Achse leicht zu bewerkstelligen. Unabhängig davon, welcher der beiden Punkte gewählt wird, ergibt sich das Steigungsdreieck vom gesuchten Schnittpunkt $P_s(0, y_s)$ in analoger Weise zu Gleichung Gl. 20:

$$m = \frac{y_{K5} - y_s}{x_{K5}} \quad \text{Gl. 21}$$

woraus sich sofort nach y_s umstellen lässt:

$$y_s = y_{K5} - m x_{K5} \quad \text{Gl. 22}$$

Damit wären die Werte der Hilfsgeraden ermittelt.

Zu beachten ist, dass sich die Werte der Cursorpositionen bei jedem Versuch einer Auswertung ändern können. Sie hängen davon ab, in welcher Weise man den Bildausschnitt für das Diagramm wählt, den man in das Paint-Programm einfügt. Da es sich in der Rechnung aber um Differenzen handelt, die in die Proportion eingehen, wird das Ergebnis für die Geradenparameter im Rahmen der Fehlergrenzen immer dasselbe bleiben.

Aufbau der Excel-Tabelle

Um diese oben beschriebene Prozedur sinnvoll durcharbeiten zu können, ist eine rechentechnische Unterstützung notwendig. Dazu wird hier das Hilfsmittel der Excel-Tabelle gewählt.

Eine Excel-Tabelle lässt Eingaben zu, nimmt die zu verarbeitenden Formeln auf und stellt Ergebnisse gegebenenfalls auch noch grafisch dar.

1. Bereich: die Eingabe der Daten

Achsenbestimmung mit Werteeingabe

x-Achse	x	y	x _k
P _x (x ₁ ,y ₁)	100	0	100
P _x (x ₂ ,y ₂)	1000	0	1000
y-Achse	x	y	y _k
P _y (x ₃ ,y ₃)	0	200	200
P _y (x ₄ ,y ₄)	0	1200	1200
Hilfsgerade	x	y	
P ₁ (x ₅ ,y ₅)	100	100	
P ₂ (x ₆ ,y ₆)	1100	1100	

Tab. 1: Eingabebereich

Der Eingabebereich nimmt die bei der Analyse des Diagramms erstellten Werte auf. Dabei sind die beiden Punkte $P_x(x_1, y_1)$ und $P_x(x_2, y_2)$ mittels Crsr zu bestimmen und die im Paint-Programm angegebenen Crsr-Positionen x und y zu übertragen. Zusätzlich sind auch die angeklickten x_k -Positionen der x -Achse im Diagramm zu übertragen.

Dann ist analog mit der y -Achse entsprechend zu verfahren.

Letztlich sind auch 2 Punkte auf der Hilfsgeraden anzuklicken und deren Werte in den Eingabebereich der Excel-Tabelle zu übertragen.

2. Vorbereiten der Differenzen

Berechnung der Differenzen			
Differenz	Punkt 1	Differenz	Punkt 2
x1-x5	0	x1-x6	-1000
x3-x5	-100	x3-x6	-1100
y5-y1	-100	y6-y1	-1100
y5-y3	100	y6-y3	-900
x2-x1	900	x2-x1	900
x4-x3	0	x4-x3	0
y2-y1	0	y2-y1	0
y4-y3	-1000	y4-y3	-1000

Tab. 2: Bereich für Differenzenbildung

Um die Parameter λ und μ zu berechnen (siehe Gleichungen Gl. 10.4 und Gl. 14.4), werden viele Differenzen benötigt. Diese Differenzen werden in dem gesonderten Bereich vorgelagert. Wegen des umgedrehten Systems im Paint sind y-Differenzen negativ zu nehmen. Die Ergebnisfelder für die Differenzen sind gelb hinterlegt. Eine Überschreibung der gelb hinterlegten Felder bedeutet, dass die zum Feld gehörende Formel vernichtet wird.

3. Ausführung der Rechnungen

Parameter			
λ	0		1,11
μ	-0,1		0,9
Maßstäbe			
Mx	1		
My	1		
Koordinaten im Diagramm			
x_Paint	100		1100
y_Paint	100		1100
x_K	100		1100
y_k	100		1100
die Geradengleichung			
Anstieg m	1		
y_S	0	Kontrolle	0

Tab. 3: Berechnungen

Im Bereich der Berechnungen sind die Formeln des vorigen Abschnitts eingearbeitet. Auch hier sind die entsprechenden Felder gelb hinterlegt, um zu kennzeichnen, dass ein Überschreiben dieser Felder die Formeln zerstört.

Die 2-spaltige Darstellung zeigt die Ergebnisse der Rechnung für die beiden Punkte in der jeweiligen Spalte.

Das blau hinterlegte Feld zeigt den Schnittpunkt der Hilfsgeraden mit der y-Achse und dient als Kontrollrechnung. Die Werte der beiden Felder „y_S“ und „Kontrolle“ müssen übereinstimmen.

4. Darstellung

Zur Auswertung der durchgeführten Rechnung sind zwei Diagramme in die Excel-Tabelle integriert. Es werden die Eingabedaten sowie die Ausgabedaten grafisch dargestellt.

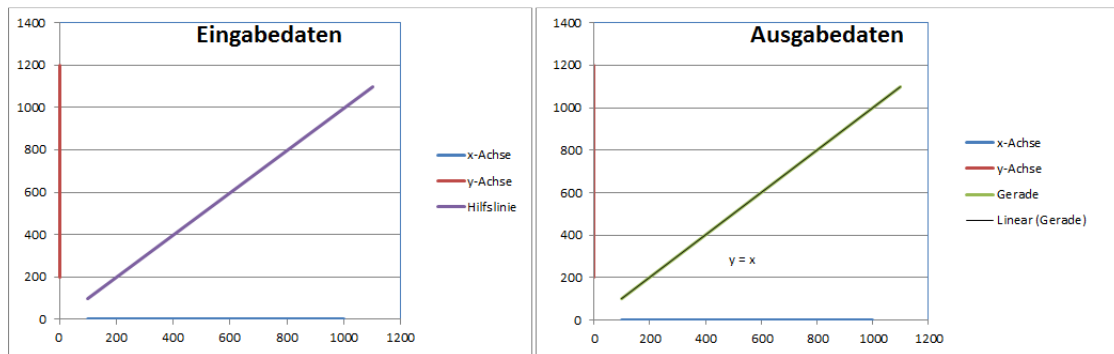


Bild 4: Darstellung der Ergebnisse

Diese Diagramme dienen zur Visualisierung und Überprüfung der durchgeführten Rechnungen.

Sie zeigen bei den Eingabedaten die Darstellung der Verhältnisse im Paint-Programm und bei den Ausgabedaten die für das Diagramm. Die bei den Ausgabedaten integrierte Gleichung ist die Geradengleichung der gesuchten Geraden. Ihre Parameter müssen mit denen in der Rechnung „Anstieg m“ und „y_S“ übereinstimmen.

Beispiel

Zur Veranschaulichung der gesamten Prozedur soll nun für das Bild 1b der Rechengang durchexerziert werden.

Da bei diesem Beispiel (Bild 1) mehrere Funktionsverläufe dargestellt wurden, ist vorab zu entscheiden, welcher Verlauf zu untersuchen ist. Hier bleibt zu konstatieren, dass der mittlere Verlauf mit den Messwertpunkten der im durchgeführten Experiment aufgenommene Verlauf ist. Er wurde mit „Net Effect“ bezeichnet. Die anderen Verläufe sind Schlussfolgerungen, die für diese Auswertung nicht von Relevanz sind.

Da offensichtlich diese dargestellte Funktion in 3 Abschnitte geteilt ist, die sich aus den im 5-stündigen Wechsel ändernden Versuchsbedingungen ergeben, sollten hier auch 3 unterschiedliche Geraden analysiert werden.

Diese Geraden werden in das Diagramm eingezeichnet (siehe Bild 5). Zur besseren Unterscheidbarkeit erhalten die Hilfsgeraden unterschiedliche Farben:

- rot: Abschnitt von 25,5 bis 30,5 Stunden

- hellgrün: Abschnitt von 30,5 bis 35,5 Stunden
- braun: Abschnitt von 35,5 bis 40,5 Stunden

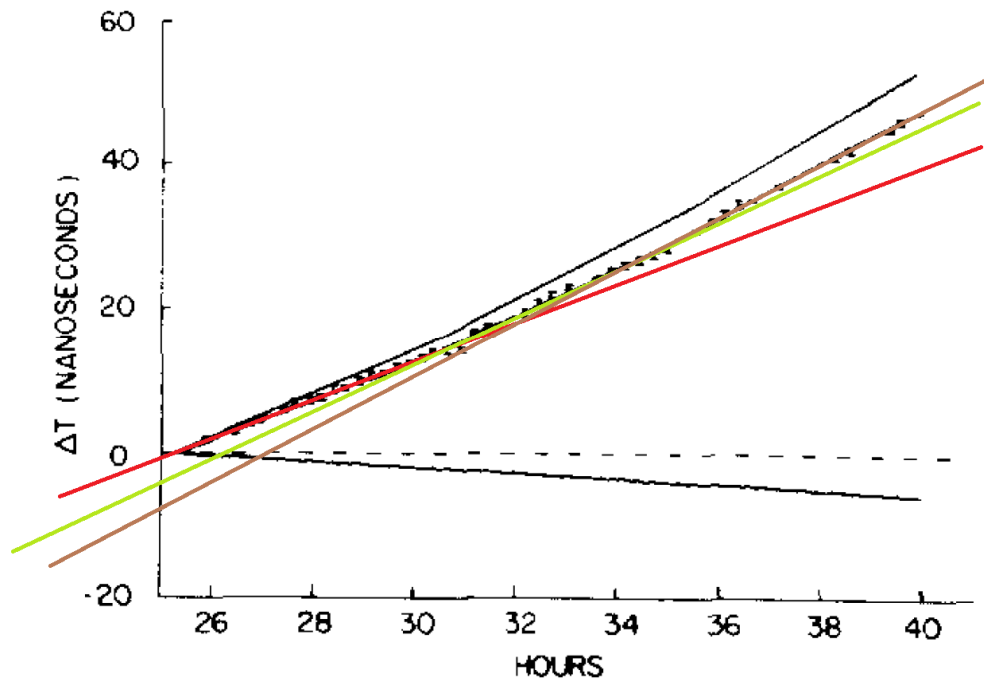


Bild 5: Einarbeiten der Hilfsgeraden in das zu analysierende Diagramm

Der Vorteil dieser Methode besteht in der gut anzupassenden Genauigkeit der Hilfsgeraden an die Messwerte und die Verlängerung der Hilfsgeraden, um auch hier genauere Ergebnisse zu erzielen.

Die Durchführung ergibt die folgenden Eingabewerte:

- **die Achsen:**

x-Achse	x	y	xk
Px(x1,y1)	275	767	26
Px(x2,y2)	1170	7720	40
y-Achse	x	y	yk
Py(x3,y3)	208	766	-20
Py(x4,y4)	215	41	60

Tab. 4: Beispiel für die Eingabe der Koordinatenachsen

- **die Hilfsgeraden:**

Hilfsgerade	x	y	x	y	x	y
	rot		hellgrün		braun	
P1(x5,y5)	88	639	82	684	100	713
P2(x6,y6)	1238	202	1232	149	1230	125

Tab. 5: Beispiel der Eingabe von verschiedenen Hilfsgeraden

- **die Geradengleichung**

	rot	hellgrün	braun
Anstieg m	2,73	3,34	3,73
y_S	-69,00	-87,66	-100,93
x_S	25,28	26,27	27,07

Tab. 6: Die Ergebnisse der Beispieleingaben

Somit sind die drei Abschnitte der im Bild 5 dargestellten Kurve durch die entsprechenden Geraden bestimmt.

Für das Beispiel der braunen Hilfsgerade sind im Folgenden noch die Diagramme der Excel-Tabelle gezeigt:

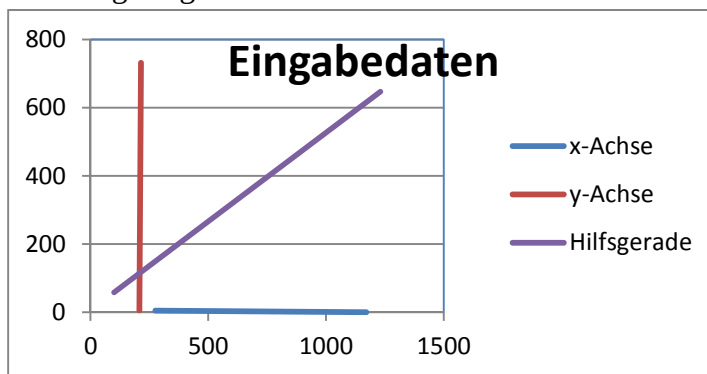


Bild 6: Darstellung der Eingaben für die braune Hilfsgerade

Es werden in diesem Diagramm nur die Streckenabschnitte zwischen den Punkten gezeichnet, die durch die Eingabe der Crsr-Positionen bestimmt wurden.

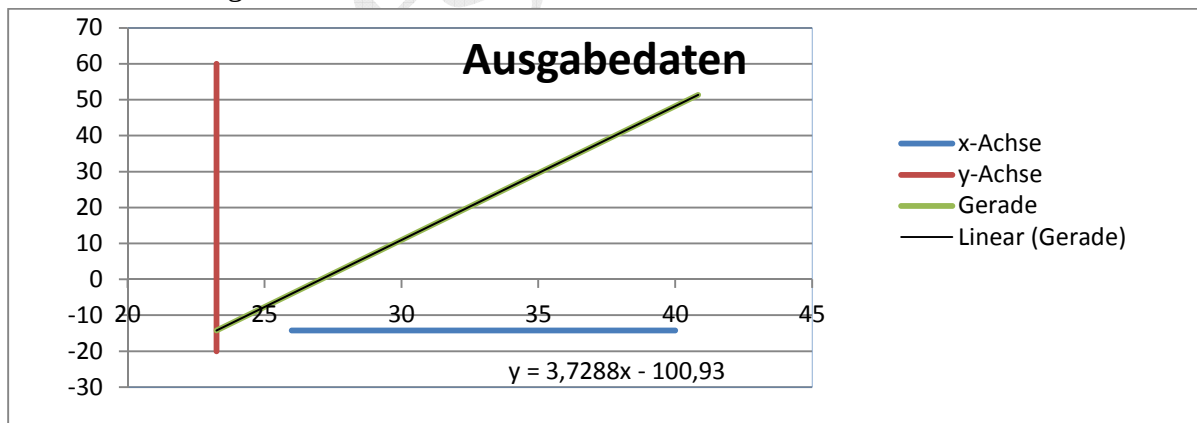


Bild 7: Darstellung der errechneten Werte im System des Diagramms.

Die Ausgabewerte beziehen sich nun auf ein korrigiertes Diagramm. Darin sind die Strecken maßstäblich eingezeichnet. Die Positionen der Koordinatenachsen gehen nicht zwingend durch den Koordinatenursprung. Die Achsen können erforderlichenfalls manuell verändert werden.



Literatur

- [All] Alley, C. O.: Relativity and Clocks
33rd Annual Symposium on Frequency Control Atlantic City (NJ, USA) (30.05.-01.06.1979) cited
18.03.2014
<http://ieeexplore.ieee.org/document/1537236/?arnumber=1537236>
- [Göh] Göhler, W.: Höhere Mathematik, Formeln und Hinweise
VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie Leipzig 4. Aufl. 1974
- [Syd] Sydow, R. Diagramm einlesen, gedruckte Diagramme analysieren Niederfinow 04.06.2022
<https://rolfswelt.de/software/#diagramm-analyse>