



einige Eigenschaften der Standardatmosphäre

R. Sydow, Niederfinow (Deutschland)
(2022)

abstrakt: Die Atmosphäre bestehend aus den Molekülen, die die Luft ausmachen, ist ein physikalisches und strömungstechnisches Mysterium. An jedem Punkt der Atmosphäre lässt sie sich durch ihre Eigenschaften wie beispielsweise Druck, Temperatur, Dichte, Geschwindigkeit, elektrisches und magnetisches Potential und deren Zusammensetzung beschreiben.

Dass diese Parameter ein chaotisches System bilden, sollte bei den einschlägig bekannten Wettererscheinungen einleuchten.

Dennoch ist es möglich, über eine Vermittlung der Parameter Gesetzmäßigkeiten in der Struktur der Atmosphäre zu erkennen. Diese Gesetzmäßigkeiten werden für die Dichte und den Druck ermittelt und als Funktion der Höhe dargestellt.



Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	2
Einleitung	3
Datenerfassung	4
Massebestimmung	5
Fehlerdiskussion	7
Literatur	8



Einleitung

Die Atmosphäre als ein Gasgemisch in Bewegung ist äußerst schwer zu fassen. Bedenkt man, dass es Stürme und Flauten gibt, dass es Hoch- und Tiefdruckgebiete gibt und dass es Sonnenschein und Regen gibt, sollte klar werden, dass die Eigenschaften der Atmosphäre für einen Ort und zu einer Zeit zu bestimmen, schier unmöglich ist. Das zu tun, ist das tägliche Problem der Metrologie, deren Ergebnisse im Wetterbericht täglich zusammengefasst werden. Bei den Betrachtungen in größerem Rahmen und insbesondere bei Betrachtungen der Höhenabhängigkeit von Eigenschaften der Atmosphäre lassen sich aber durch Mittlungen, Vernachlässigungen und Fitten brauchbare Ergebnisse erzielen, mit denen man verallgemeinerte Aussagen treffen kann. Gerade auf solche Aussagen der Höhenabhängigkeit wird an dieser Stelle abgezielt, um daraus entsprechende Aussagen abzuleiten.

Es gibt verschiedene Modellierungen der Atmosphäre:

- Internationale Normatmosphäre (siehe [unbek])
- ISA (internationale Standardatmosphäre) (siehe [unbek])
- CIRA (Hinweis in [Gru] S. 18)
- US Standardatmosphäre (Hinweis in [Gru] S. 18; [unbek])
- Standardatmosphäre nach DIN 5450 ([Stü])
- Standardatmosphäre nach DIN ISO 2533 (siehe [unbek])

Die Unterschiede der einzelnen Modelle sollen hier nicht diskutiert werden. Es werden für die weiteren Betrachtungen die Daten der Standardatmosphäre nach DIN 5450 verwendet. Diese Werte lassen sich in Excel einfach implementieren und fitten.

Datenerfassung

Die DIN 5450 bietet in ihrer Anlage die entsprechenden Daten für die Dichte und den Druck der Atmosphäre in Höhen bis zu 80 km. Diese Daten wurden übernommen und mittels Excel ausgewertet. Es ergeben sich die im Bild 1 dargestellten Verläufe:

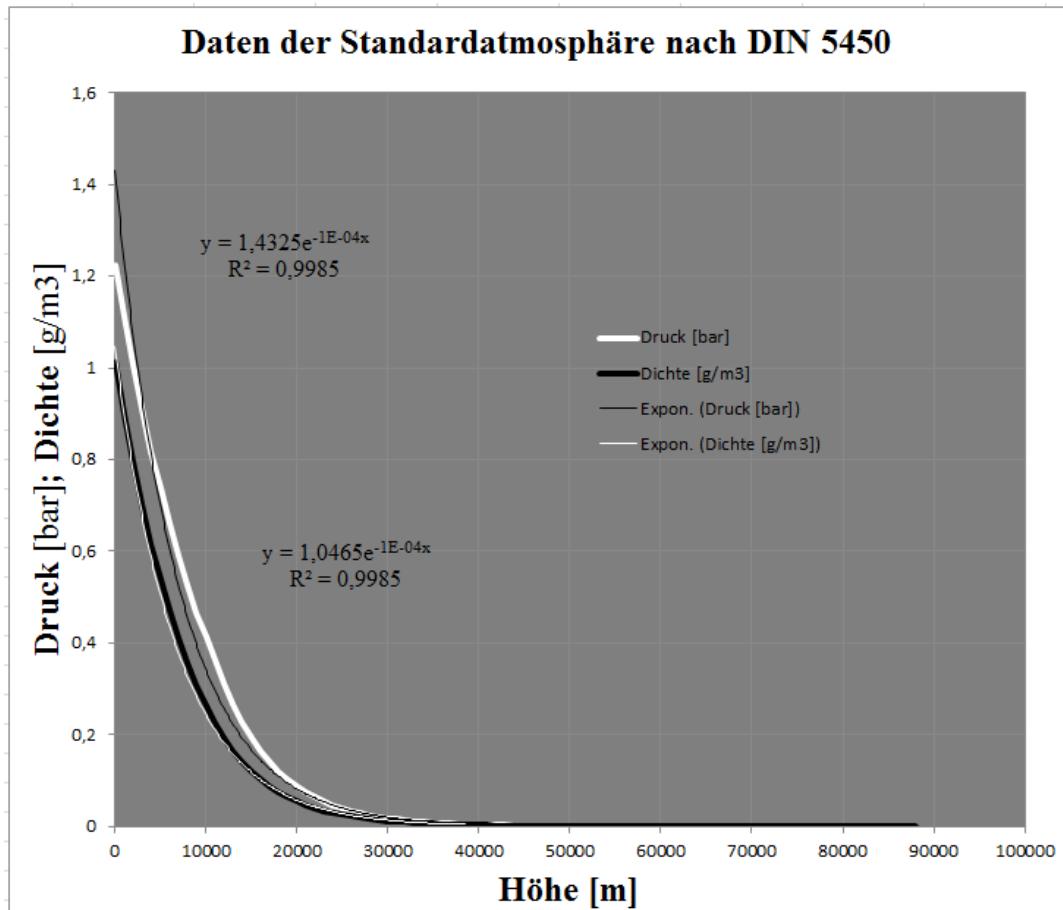


Bild 1: Druck- und Dichteverteilung der Atmosphäre über die Höhe

Das Bild 1 zeigt die Daten aus der DIN 5450 für Dichte und Druck als Funktion der Höhe über Normalnull (NN). Die auf der Abszisse abgetragene Höhe steht in Meter. Die Dichte (weiß dargestellte dicke Kurve) hat die Maßeinheit „Gramm pro Kubikmeter“. Für den Druck (dicke schwarze Kurve) wurde die Maßeinheit „bar“ gewählt.

Für beide Kurven wurden die Regressionsfunktionen ermittelt. Es folgen die anzunehmenden Exponentialfunktionen:

$$\rho(h) = 1,4325e^{-0,000143h} \quad \text{mit } h[\text{m}]; \rho[\text{kg/m}^3] \quad \text{Gl. 1}$$

$$p(h) = 1,0465e^{-0,000143h} \quad \text{mit } h[\text{m}]; p[\text{bar}] \quad \text{Gl. 2}$$

Die erhöhte Genauigkeit der Exponenten ist durch Wahl anderer Maßstäbe erkennbar.



Massebestimmung

Was aus der Tabelle der Standardatmosphäre nicht direkt ablesbar ist, ist deren Masse. Die Gesamtmasse der Erdatmosphäre zu bestimmen, ist eher simpel. Nach [Scho] berechnet sich diese Gesamtmasse zu:

$$M_A = \frac{4\pi R^2 p_0}{g} \quad ([Scho] S. 8) \quad \text{Gl. 3}$$

Der sich aus dieser Gleichung ergebende Wert für die Masse der Erdatmosphäre ergibt sich dementsprechend zu etwa $5,2 \cdot 10^{18}$ kg.

Mit dieser Aussage ist aber nicht auf die bis zu einer bestimmten Höhe befindliche Masse zu schließen. Dazu wäre es notwendig, die Atmosphäre in Kugelschalen konstanter Dicke zu schneiden. Dann kann man den Kugelschalen über die in ihnen befindliche Dichte eine zugehörige Masse zuordnen. Die Summation aller Massen der bis zu einer Höhe befindlichen Kugelschalen ergibt dann die Atmosphärenmasse bis zur betrachteten Höhe.

Hier wird der Ansatz verfolgt, dass sich das Volumen einer Kugelschale der Dicke dh berechnen lässt, wenn man die Oberfläche der Kugelschale nimmt und mit der Dicke multipliziert. Der dabei gemachte Fehler wird gegen null gehen, wenn das Differential der Höhe dh ebenfalls gegen null geht.

Ordnet man dem Volumen dieser Kugelschale die entsprechend der Höhe existierende Dichte zu, ist durch die Integration über die Höhe auf die Masse der Atmosphäre in den gewünschten Grenzen zu schließen:

Ansatz:

$$O_{KS} = 4\pi r^2 = 4\pi(r_0 + h)^2 \quad \text{Gl. 4}$$

$$V_{KS} = O_{KS} dh = 4\pi(r_0 + h)^2 dh \quad \text{Gl. 5}$$

mit dem Erdradius $r_0 = 6378137$ m (vgl. [Gol] S. 34) und der Höhe h in m.

Mit der in Gl. 1 angegebenen Funktion für die Dichte folgt:

$$M_{KS} = V_{KS}(h) * \rho(h) = 4\pi(r_0 + h)^2 * a e^{-bh} dh \quad \text{Gl. 6}$$

mit den Koeffizienten a, b aus Gl. 1

Es ergibt sich die Ermittlung der Atmosphärenmasse bis zu einer Höhe nach:

$$M_{KS} = 4\pi a \int_{h_1}^{h_2} (r_0 + h)^2 * e^{-bh} dh \quad \text{Gl. 7}$$

Durch zweimaliges Anwenden der partiellen Integration ergibt sich mit:

$$u = (r_0 + h)^2 \quad u' = 2(r_0 + h)$$

$$v = -\frac{1}{b} e^{-bh} \quad v' = e^{-bh}$$

$$M_{KS} = 4\pi a \left[-\frac{1}{b} (r_0 + h)^2 e^{-bh} + \frac{2}{b} \int_{h_1}^{h_2} (r_0 + h) * e^{-bh} dh \right]$$

und in der zweiten partiellen Integration folgt dann mit:

$$u = r_0 + h \quad u' = 1$$



$$v = -\frac{1}{b}e^{-bh} \quad v' = e^{-bh}$$

$$M_{KS} = 4\pi a \left[-\frac{1}{b}(r_0 + h)^2 e^{-bh} - \frac{2}{b^2}(r_0 + h)e^{-bh} + \frac{2}{b^2} \int_{h_1}^{h_2} e^{-bh} dh \right]$$

Woraus sich nach Integration des letzten Gliedes ergibt:

$$M_{KS} = 4\pi a \left[-\frac{1}{b}(r_0 + h)^2 e^{-bh} - \frac{2}{b^2}(r_0 + h)e^{-bh} - \frac{2}{b^3}e^{-bh} \right]$$

Klammert man den exponentiellen Term aus und fügt die Grenzen wieder ein, folgt

$$M_{KS} = -4\pi a e^{-bh} \left[\frac{(r_0+h)^2}{b} + \frac{2(r_0+h)}{b^2} + \frac{2}{b^3} \right]_{h_1}^{h_2} \quad \text{Gl. 8}$$

Geht man davon aus, dass die Masse immer über dem Boden ermittelt werden soll, lassen sich die Grenzen einsetzen, sodass h_2 als obere Grenze der betrachteten Höhe h entspricht und h_1 als untere Grenz zu null wird:

$$M_{KS}(h) = 4\pi a \left\{ \left[\frac{r_0^2}{b} + \frac{2r_0}{b^2} + \frac{2}{b^3} \right] - e^{-bh} \left[\frac{(r_0+h)^2}{b} + \frac{2(r_0+h)}{b^2} + \frac{2}{b^3} \right] \right\} \quad \text{Gl. 9}$$

Der Graf dieser Gleichung Gl. 9 ergibt den folgenden Verlauf:

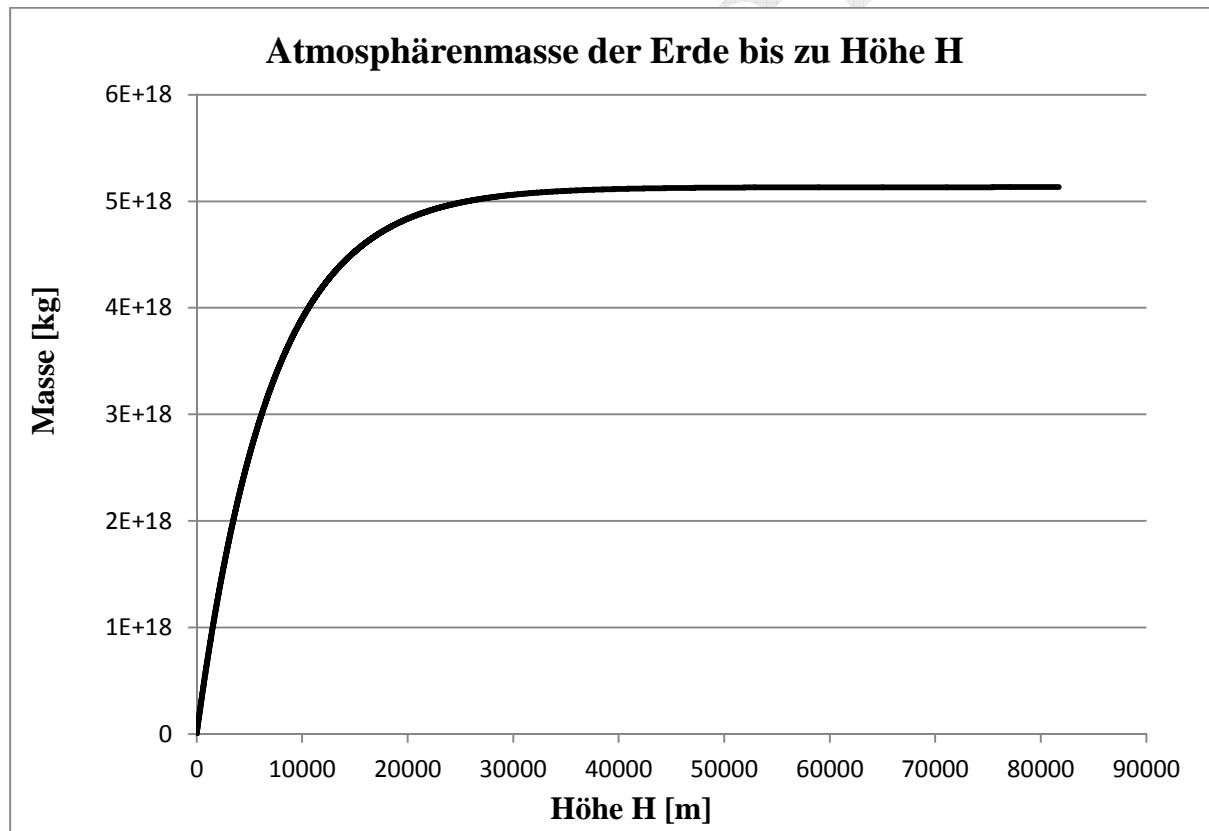


Bild 2: die Masse der Atmosphäre als Funktion der Höhe

Die zur Berechnung der Masse einzugebenden Werte sind:

$a = 1,4325$ (aus Gl. 1)

Quellenangabe: Sydow, R. einige Eigenschaften der Standardatmosphäre Niederfinow (Deutschland) 02.06.2022
<https://rolfswelt.de/diverse/#standardatmosphare>

Revision: 1.1.0.2 vom 15.07.2023
copyright ©: alle Rechte vorbehalten, 2022, Rolf Sydow

$$b = 0,00143 \quad (\text{aus Gl. 1})$$

$$r_0 = 6378137 \text{ m} \quad (\text{siehe oben})$$

Daraus ergibt sich nach der Gleichung Gl. 9 für die Gesamtmasse der Atmosphäre ein Wert von $5,13226 \cdot 10^{18} \text{ kg}$.

Aufgrund der relativen Stabilität der Gleichung gegen den Einfluss der Höhe, ist die Gleichung Gl. 9 auch zu vereinfachen. Es ist mit sehr guter Näherung im betrachteten Bereich bis 80 km Höhe die Gleichung:

$$M_{KS}(h) = 5,13226 \cdot 10^{18} \{1 - e^{-0,0001427h}\} [\text{kg}]$$

Gl. 10

verwendbar.

Fehlerdiskussion

Die in diesem Artikel angegeben Werte für die Atmosphärenmasse und die gefitteten Verläufe von Dichte, Druck und Masse über die Höhe unterliegen den im Verfahren der Ermittlung geschuldeten Fehlern.

Diese Fehler resultieren aus der Vereinfachung der Annahmen des Aufbaus der Atmosphäre. Solche Vereinfachungen sind Annahmen wie:

- Eine konstante Zusammensetzung der Atmosphäre über die Höhe (beispielsweise dürfte der Anteil des Wassers in der Atmosphäre über die Höhe stark differieren)
- Unterschiede über die Ellipsoidform der Erde (dadurch ergeben sich geringfügige Druckunterschiede bei NN wegen unterschiedlicher Gravitation an der Oberfläche)
- Wesentlicher Bestandteil von Unterschieden sind die Wettererscheinungen, die mit ihren Hoch- und Tiefdruckgebieten zu erheblichen Druckunterschieden insbesondere in den unteren Schichten der Atmosphäre führen dürften.
- Wettererscheinungen führen auch örtlich zu wesentlichen Unterschieden in der Zusammensetzung der Atmosphäre (da, wo es regnet, ist der Wassergehalt entsprechend höher)
- Auch Temperaturunterschiede werden sich auf die Druckverhältnisse und die absolute Zusammensetzung der Atmosphäre auswirken
- Und es mag noch weitere Einflüsse geben ...

Auch die Anwendung der unterschiedlichen Modelle der Atmosphäre (siehe S. 2) führt zu Abweichungen zur realen Atmosphäre. Wie stark diese Abweichungen ausfallen, lässt sich aus dem Bild 1 (s. S. 3) ersehen.

Die zu beantwortende Frage bei der Anwendung der hier entwickelten Formeln für die Eigenschaften der Atmosphäre ist die erforderliche Genauigkeit des betrachteten Prozesses. Diese Frage ist im Einzelfall einzuschätzen und abzuwägen.



Literatur

- [Gol] Golm, W. et al.: Tafelwerk, 7. - 12. Klasse
Volk und Wissen VE Verlag Berlin 1967
- [Gru] Gruber, T.: Die Rolle der Atmosphäre in der Geodäsie
TUM Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie München (03.03.2008) cited
19.09.2016
www.iapg.bgu.tum.de/mediadb/22386/22387/20080301_DLR_IPA_Seminar.pdf
- [Scho] Scholz, M.: Planetologie - Teil II
epubli GmbH Berlin (2012) cited 19.09.2016
<https://books.google.de/books?>
- [Stü] Stütz, P.: Standardatmosphäre nach DIN 5450
Universität der Bundeswehr München München cited 13.09.2016
https://www.unibw.de/lrt13_1/lehre/xtras/standardatmosphaerenachdin5450.pdf
- [unbek] unbekannt: Standardatmosphäre
wikipedia unbekannt cited 09.09.2016
<http://systemdesign.ch/wiki/Standardatmosph%C3%A4re>