



Ives und der Doppler-Effekt

transversal oder longitudinal?

R. Sydow, Niederfinow (Deutschland)
(2023)

abstrakt: Der Versuch von Ives und Stilwell soll die Existenz des transversalen Doppler-Effekts beweisen. Wie das gelingen soll, obwohl die im Versuch verwendete Lichtausbreitungsrichtung eher als longitudinal zu bezeichnen wäre, wird erklärt.

Dass aber der Effekt als nicht nachgewiesen zu interpretieren ist, liegt an der Richtung der Frequenzverschiebung. Es wird gezeigt, dass der transversale Doppler-Effekt grundsätzlich zu einer Blauverschiebung der Lichtfrequenz führen muss. Da im Versuch aber eine Rotverschiebung detektiert wurde, kann diese nicht als solcher interpretiert werden.



Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	2
Abkürzungen	2
Einleitung	3
Der Ausgangspunkt	4
Der Zusammenhang	6
Die Auswertung	8
Schlussfolgerungen	14
Anlagen	19
Anl. 1: Taylor-Entwicklung longitudinaler Doppler-Effekt	19
Anl. 2: Taylor-Entwicklung transversaler Doppler-Effekt	20
Anl. 3: Taylor-Entwicklung reziproker Doppler-Effekt	21
Literatur	22

Abkürzungen

SRT	spezielle Relativitätstheorie
RT	Relativitätstheorie
UP	Unterpunkt



Einleitung

Der Nachweis des transversalen Doppler-Effekts ist ein Meilenstein in der Bestätigung der SRT.

Bei allen Versuchen zum Nachweis relativistischer Effekte ist der Einfluss von Längenkontraktion und Zeitedilatation gleichermaßen zu berücksichtigen. In der einsteinschen Raumzeit sind Längenkontraktion und Zeitedilatation nicht zu trennen. Es ist davon auszugehen, dass bei Versuchen zur Ermittlung der Zeitedilatation auch immer der Einfluss einer Längenkontraktion zu beachten ist.

Wenn die Längenkontraktion als nicht wahrnehmbar deklariert wird (siehe [Kas] UP 3.5), kann sie auch leicht vernachlässigt werden, ohne dass ihr möglicher Einfluss in einem Versuch hinreichend gewürdigt ist.

Mit dem transversalen Doppler-Effekt öffnet sich die Möglichkeit, eine Zeitedilatation wahrzunehmen, die von der Längenkontraktion losgelöst ist. Es sollte beim transversalen Doppler-Effekt die Längenkontraktion gerade zu null werden.

Der Grund dafür findet sich in dem Konstrukt der SRT. Während die Zeitedilatation unabhängig von der Richtung existieren muss, gibt es die Längenkontraktion nur in der Bewegungsrichtung.

Findet man einen Prozess, der seine Wirkung orthogonal zur Bewegungsrichtung entfaltet, sollte diese Wirkung ausschließlich der Zeitedilatation und nicht der Längenkontraktion unterliegen.

Voraussetzung für die Nutzbarkeit solcher Prozesse ist eine hohe relative Geschwindigkeit des zu untersuchenden Objektes. Nur so ist davon auszugehen, dass relativistische Effekte messbar sind. Solche Objekte fand J. Stark bei der Untersuchung von Kanalstrahlen. „1905 hatte er den optischen Doppler-Effekt in Kanalstrahlen entdeckt“ ([All]).

Einstein erkannte sofort, dass mit diesen Kanalstrahlen der transversale Doppler-Effekt nachzuweisen sein müsste ([Ein1]). Doch sah er, dass die Genauigkeit und die Versuchsergebnisse noch nicht geeignet waren, diesen Nachweis zu erbringen.

Erst etwa 30 Jahre später schafften es Ives und Stilwell, die Versuchsbedingungen so einzurichten, dass sie ein positives Ergebnis vorweisen konnten ([Ive1]).

Im Folgenden wird untersucht, ob es Diskrepanzen zwischen der von Einstein vorgeschlagenen Versuchsdurchführung und der Ausführung des Versuchs von Ives und Stilwell gibt. Die Hintergründe werden analysiert und diskutiert.



Der Ausgangspunkt

Der Ausgangspunkt aller Überlegungen zum durchgeführten Versuch ist die von Einstein entwickelte Formel für die Frequenzänderung elektromagnetischer Strahlung relativ mit der Geschwindigkeit v bewegter Strahlungsquellen (V ist die Lichtgeschwindigkeit):

$$v' = v \frac{1 - \cos \varphi \frac{v}{V}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}} \quad ([\text{Ein2}] \text{ S. 911}) \quad \text{Gl. 1}$$

Diese Formel wurde von Einstein in seiner Arbeit von 1905 entwickelt. Ihre Richtigkeit konnte damals nicht experimentell bestätigt werden. Es gab keine dafür geeigneten Experimente. Damit stellt sich formal die Frage nach der Korrektheit der Formel.

Einen Hinweis auf ihre Richtigkeit sollte erst etwa 30 Jahre später mit dem Experiment von Ives und Stilwell (siehe [Ive1]) gegeben werden.

Das Anzweifeln des von Einstein gegebenen Zusammenhangs ist an dieser Stelle nicht zielführend. Sollte es berechtigte Einwände zur Formel Gl. 1 geben, erübrigte sich die SRT von vorn herein. So soll im weiteren Fortgang der Überlegungen davon ausgegangen werden, dass diese Formel Gl. 1 als korrekt anzunehmen ist.

In der Literatur (siehe [Wil]; [Fre] S. 146; [Giu] S. 1) ist diese Formel Gl. 1 oft auch nach v umgestellt. Selbst Einstein geht in seiner Veröffentlichung [Ein1] von dieser anderen Gestalt der Gleichung aus, um den transversalen Effekt darzustellen.

Welcher Fehler dabei gemacht wird oder ob solche umgestellten Gleichungen richtig sein können wird in [Syd2] ausgiebig diskutiert.

Fazit dieser Diskussion ist die zu beachtende Tatsache, dass der Winkel φ in Gleichung Gl. 1 immer so zu wählen ist, dass er bei der Entfernung des Senders vom Empfänger 0° beträgt. Der Fall für $\varphi = 180^\circ$ entspricht dann gerade der gegenseitigen Annäherung dieser beiden am Versuchsprozess Beteiligten.

Die schlichte Überprüfung dieser Tatsache ist einfach nachzuvollziehen. Für den Winkel von $\varphi = 0^\circ$ ergibt sich grundsätzlich ein Wert für $v' < v$. Daraus leitet sich eine Rotverschiebung ab. Diese Rotverschiebung, die aus der Verringerung der Frequenz resultiert, kann nur mit dem Auseinanderdriften der Beteiligten (Sender und Empfänger) begründet werden.

Wenn Einstein den dargestellten Sachverhalt damit begründet, „daß [sic] eine gleichförmig bewegte Uhr, vom ‚ruhenden‘ System aus beurteilt, langsamer läuft“ (siehe [Ein1] S. 197), kollidiert er mit dem Relativitätsprinzip (siehe [Syd2] S. 6 ff.). Nach Einsteins Interpretation geht also die Uhr des bewegten Beobachters schneller und das Schnellergehen der Uhr staucht die Frequenz des ankommenden Lichts zum Langsameren. Ist also der Winkel φ kleiner 90° , sollte Licht rotverschoben sein.

In [Syd2] S. 9 Gl. 17 ist gezeigt, dass der transversale Doppler-Effekt grundsätzlich nur blauverschoben sein kann. Das gilt für jede Bewegungsrichtung.



Aus der Gleichung Gl. 1 leiten sich die beiden Spezialfälle für den longitudinalen und den transversalen Effekt ab. Es sind lediglich für den Winkel ϕ die entsprechenden Winkel einzusetzen:

$$v' = v \frac{1-\frac{v}{c}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = v \frac{\sqrt{1-\frac{v}{c}}}{\sqrt{1+\frac{v}{c}}} \quad \text{für } \phi = 0^\circ \quad \text{Gl. 2}$$

und

$$v' = v \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \text{für } \phi = 90^\circ \text{ (beachte¹)} \quad \text{Gl. 3}$$

Wenn in den Gleichungen Gl. 1 bis Gl. 3 keine Länge integriert ist, heißt das nicht, dass eventuelle Längenkontraktionen ignoriert werden dürfen.

Es ist zu beachten, dass über den Zusammenhang $c = \lambda \cdot f$ unter der Voraussetzung der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit mit einer Änderung der Frequenz auch eine Änderung der Wellenlänge einhergeht.

Für die Betrachtungen zum transversalen Doppler-Effekt wird aber ein eventueller Einfluss der Längenkontraktion nicht weiter in Betracht gezogen, weil dieser gerade für den Winkel von $\phi = 90^\circ$ auszuschließen ist.

Soweit zu den theoretischen Vor betrachtungen.

Ives und Stilwell erkannten, dass es zur Bestätigung der Theorie eines Versuchs mit „positivem Effekt“ ([Ive1] S. 215) bedarf. Sie erkannten auch, dass die Beobachtung von den Kanalstrahlen senkrecht abgestrahlter Photonen den transversalen Doppler-Effekt nachweisen würden (siehe ebd.). Sie gingen davon aus, dass bei einer Geschwindigkeit der Kanalstrahlen von etwa 0,5% der Lichtgeschwindigkeit ein Versatz der Spektrallinien des Wasserstoffs um einige hundert Angström² gegenüber denen des ruhenden Wasserstoffs zu erwarten sein müssten (siehe ebd.). Damit sollte der Nachweis der Gleichung Gl. 1 möglich sein.

Allerdings war ihnen klar, dass der Versuch sehr schwer für die Photonen im 90°-Winkel durchzuführen war. Sie begründeten das damit, dass „es sehr schwer sein würde, sicher zu sein, das die Beobachtungen in einem exakt rechten Winkel zur Bewegungsrichtung der Kanalstrahlen gemacht würden und sehr kleine Abweichungen von dieser Richtung würden zu Versätzen in der Größe des erwarteten Effekts führen“ (ebd.).

¹ Wenn Einstein für den Winkel $\phi = 90^\circ$ den Zusammenhang $\frac{v}{v_0} = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$ heranzieht, dann ist nach der o. g.

Konvention v die aus dem ruhenden System gesendete Frequenz und v_0 die im bewegten System empfangene Frequenz (siehe [Ein1] S. 197). Dass Einstein hier eindeutig das ruhende und das bewegte System definiert und damit begründet, welche Uhr die langsamere ist, scheint das Relativitätsprinzip in Zweifel zu ziehen.

Beachte auch, dass dieser Zusammenhang nicht mit Einsteins Gleichung Gl. 1 korrespondiert (vgl. [Giu] S. 4).

² Angström (Å) $1\text{Å} = 10^{-10} \text{ m}$

Quellenangabe: Sydow, R. Ives und der Doppler-Effekt, transversal oder longitudinal? Niederfinow (Deutschland) 07.03.2023
<https://rolfswelt.de/physik/#rt-ives-und-der-doppler-effekt>

Revision: 1.3.0.3 vom 18.07.2023
copyright ©: alle Rechte vorbehalten, 2023, Rolf Sydow



Wenn bei [Fre] S. 146 als Ursache für diese Schwierigkeit der Messung der Spektrallinien im 90°-Winkel angegeben wird, „dass der Dopplerfaktor erster Ordnung (d.h., $1 - \beta \cos \Theta$) den gesuchten Effekt vollkommen unterdrückt“ (ebd.), dann ist das irreführend. Es sollte in dem optischen Doppler-Effekt keinen Anteil erster Ordnung geben. Selbst wenn das $\beta = v/c$ in der Gleichung Gl. 1 auf einen linearen Einfluss hinweist, kann es sich dabei nicht um einen Doppler-Effekt erster Ordnung handeln.

Einerseits beschreibt die Gleichung Gl. 1 in vollem Umfang den optischen Doppler-Effekt. Dieser sollte auch in vollem Umfang zu einer Zeittilatation führen. Da der Doppler-Effekt erster Ordnung nie mit einer Zeittilatation in Zusammenhang gebracht wurde, kann es auch keinen Anteil der Gleichung Gl. 1 geben, der sich dem Einfluss der Zeittilatation entzieht.

Andererseits führte eine solche Betrachtung eines Doppler-Effektes 1. Ordnung zu einem Widerspruch, wenn man sich die Taylorentwicklungen der Gleichungen Gl. 2 für den longitudinalen Effekt und Gl. 3 für den transversalen Effekt anschaut. So ergibt sich aus der Gleichung Gl. 2 ein Polynom (siehe Anl. 1; Gl. A1.4), welches ein lineares Glied aufweist. Bei der Entwicklung der Gleichung Gl. 3 nach Taylor (siehe Anl. 2; Gl. A2.4) ist dieses Glied aber nicht mehr vorhanden.

Eine Interpretation des linearen Anteils in der Gleichung für den optischen Doppler-Effekt als Effekt 1. Ordnung führt zum Schluss, dass es diesen Effekt für die Gleichung Gl. 3 nicht gibt.

Warum also haben die Experimentatoren solche Probleme, den transversalen Doppler-Effekt direkt mit zur Bewegungsrichtig rechtwinklig ausgesendeten Photonen nachzuweisen? Dazu lässt sich der folgende Überschlag anführen. Geht man davon aus, dass die Geschwindigkeit der Kanalstrahlen im Versuch von Ives und Stilwell mit etwa 0,5% der Lichtgeschwindigkeit durchgeführt wurden, dann folgen die Frequenzverschiebungen für die unterschiedlichen Winkel ($\beta = 0^\circ$ und $\beta = 90^\circ$) nach den Gleichungen Gl. 2 und Gl. 3 zu:

$$\frac{\Delta v}{v} = 1 - \frac{\sqrt{1-\frac{v}{c}}}{\sqrt{1+\frac{v}{c}}} = 0,001 \quad \text{für } \varphi = 0^\circ \text{ und } v/c = 0,005 \quad \text{Gl. 4}$$

und

$$\frac{\Delta v}{v} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 0,0000125 \quad \text{für } \varphi = 90^\circ \text{ und } v/c = 0,005 \quad \text{Gl. 5}$$

Damit dürften also die Frequenzverschiebungen für den transversalen Doppler-Effekt nur ein Hundertstel so stark ausfallen, wie es bei der Frequenzverschiebung im longitudinalen Fall sein wird.

Der Zusammenhang

Wie auch immer entschlossen sich die Experimentatoren, den Versuch in der Weise durchzuführen, wie es ihnen technisch möglich war. Sie nutzten die von den Kanalstrahlen abgegebenen Photonen, die im Winkel von 7° ([Ive1] S. 217) zur Bewegungsrichtung der Quellenangabe:

Syдов, Р. Иves und der Doppler-Effekt, transversal oder longitudinal? Niederfinow (Deutschland) 07.03.2023
<https://rolfswelt.de/physik/#rt-ives-und-der-doppler-effekt>

Strahlen die Versuchseinrichtung verließen. Mit einem Spiegel (siehe Bild 1) wurde die in die entgegengesetzte Richtung emittierten Photonen ebenso aus der Versuchseinrichtung geleitet.

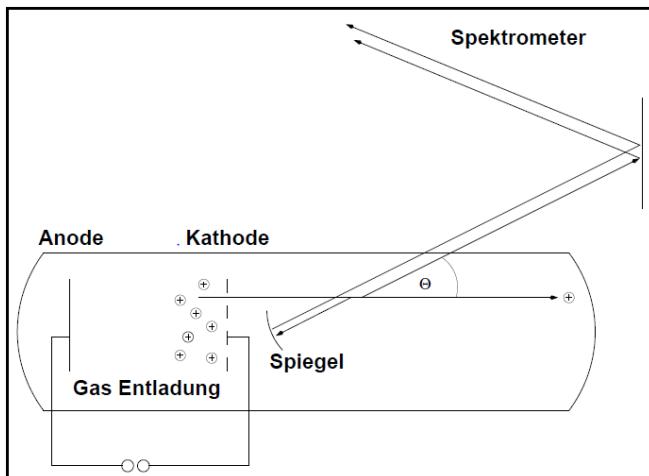


Bild 1: das Ives-Stilwell-Experiment ([Ber] S. 7)

Die nachträgliche Auswertung der Spektrallinien dieser Photonen ließen Rückschlüsse auf den Doppler-Effekt zu.

Die sich stellende Frage ist, mit welcher Berechtigung in diesem Fall noch von der Bestätigung des transversalen Doppler-Effekts gesprochen werden kann. Wenn es Photonen sind, die fast direkt in die Bewegungsrichtung ihrer Emitter ausgesendet werden, dann ist es bestimmt nicht der transversale Doppler-Effekt, der hier nachgewiesen wird.

Um dieser Frage nachzugehen, ist es erforderlich, sich die Gleichung Gl. 1 näher anzuschauen.

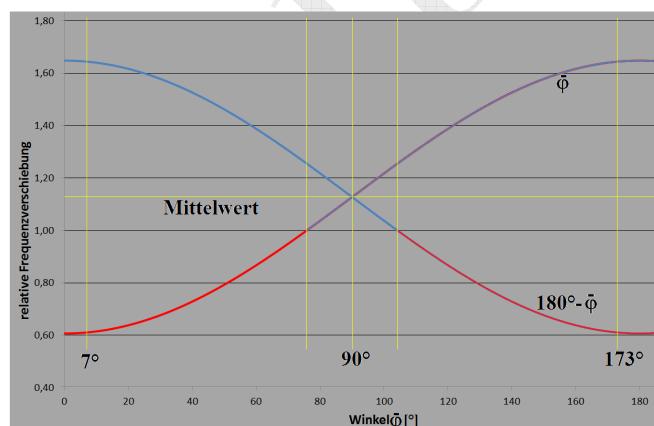


Bild 2: Darstellung der Frequenzverschiebung nach Gleichung Gl. 1. Es wurde zur besseren Verdeutlichung der Effekte eine rein hypothetische Geschwindigkeit der Kanalstrahlen von $v = 0,462 c$ angenommen

Betrachtet man aber die Zusammenhänge entsprechend der Gleichung Gl. 1 (siehe Bild 2) stellt man Erstaunliches fest. Die beiden im Bild 2 dargestellten Kurven zeigen den theoretischen Verlauf der Frequenzverschiebung der Photonen nach der oben angegebenen Gleichung Gl. 1. Dabei entspricht die Verschiebung der direkt empfangenen

Quellenangabe: Sydow, R. Ives und der Doppler-Effekt, transversal oder longitudinal? Niederfinow (Deutschland) 07.03.2023
<https://rolfswelt.de/physik/#rt-ives-und-der-doppler-effekt>

Revision: 1.3.0.3 vom 18.07.2023
 copyright ©: alle Rechte vorbehalten, 2023, Rolf Sydow



Photonenfrequenzen der monoton steigenden Kurve und die monoton fallende Kurve zeigt die Verschiebungen der Frequenzen der über den Spiegel geleiteten Photonen. Beide Kurven liegen symmetrisch um den Mittelwert.

Zu beachten ist, dass der im Bild angegebene Winkel $\bar{\varphi} = 180 - \varphi$ nicht dem im Versuch von Ives und Stilwell verwendeten Winkel entspricht. Da die Kurven allerdings um den Mittelwert symmetrisch sind, sollten die ermittelten Werte für die beiden Winkel $\bar{\varphi}$ und φ ebenfalls um diesen Mittelwert gespiegelt sein. Das heißt, dass ein rotverschobener Wert für $\bar{\varphi}$ beim Winkel φ blauverschoben sein wird.

Der Grafik (Bild 2) ist zu entnehmen, dass die Frequenzverschiebungen bei den im Versuch eingestellten 7° unwesentlich von Verschiebungen bei 0° abweichen dürften. Bei 90° stellt sich der transversale Doppler-Effekt ein. Beide Kurven treffen sich beim Mittelwert.

Interessant ist nun das Offensichtliche. Der Mittelwert zwischen beiden Kurven ist für alle Winkel gleich und ist ungleich 1 (dem Wert für keine Frequenzverschiebung). Das begründet sich aus der Nachrechnung mithilfe der Gleichung Gl. 1:

$$v_M = \frac{v(\varphi < 90^\circ) + v(\varphi > 90^\circ)}{2} \quad \text{Gl. 6}$$

$$v_M = \frac{v}{2} \left[\frac{1 - \cos \varphi \frac{v}{\sqrt{v^2 - (\frac{v}{2})^2}}}{\sqrt{1 - (\frac{v}{2})^2}} + \frac{1 + \cos \varphi \frac{v}{\sqrt{v^2 - (\frac{v}{2})^2}}}{\sqrt{1 - (\frac{v}{2})^2}} \right] = v \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{2})^2}} \quad \text{Gl. 7}$$

Mit der Gleichung Gl. 7 ist gezeigt, dass die mittlere Frequenz v_M in Analogie zur Gleichung Gl. 3 dem Wert des transversalen Doppler-Effektes entspricht.

Wenn man nun zu dem Schluss kommt, dass der Nachweis der Verschiebung des Mittelwertes bei irgendeinem Winkel wegen der Konstanz des Mittelwertes über den Winkelbereich auch die Verschiebung des Mittelwertes bei $\beta = 90^\circ$ beweist, dann ist das reine Theorie. Diese Theorie kann richtig sein. Sie ist aber keinesfalls durch den Versuch von Ives und Stilwell gedeckt.

Die Auswertung

Was fanden Ives und Stilwell mit ihrem Versuch heraus? Haben sie tatsächlich den Gedanken Einsteins aufgegriffen und die Richtigkeit der Formel (siehe Gleichung Gl. 1) für die Frequenzverschiebung nachgewiesen?

Dazu wäre die einzige Information, die aus den Versuchsergebnissen zu eliminieren wäre, die Verschiebung des Mittelwertes. Wie in Bild 2 zu erkennen ist und mit Gleichung Gl. 7 gezeigt wurde, sollte dieser Mittelwert gerade dem transversalen Doppler-Effekt entsprechen.

Wie aber sind die Ergebnisse des Versuchs von Ives und Stilwell zu interpretieren?

Zuerst ist zu bemerken, dass die Experimentatoren nicht die Frequenz v maßen, sondern dass sie ihre Ergebnisse in Angström (\AA) für die Wellenlängen λ der gefundenen Spektrallinien darstellten. Das bedeutet, dass wegen des Zusammenhangs zwischen Frequenz und Wellenlänge die oben angegebenen Werte reziprok zu bewerten sind:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad \text{Gl. 8}$$

(Wellenlänge λ ist gleich Lichtgeschwindigkeit c durch Frequenz f).

Damit ergab sich für sie, dass der „[...] Effekt, der zu beobachten ist, ein Versatz des Schwerpunktes der versetzten [Spektral] Linien zu den nicht versetzten Linien ist. Wie in früheren Veröffentlichungen [...] gezeigt wurde, ist der Versatz des Schwerpunktes durch die Gleichung $\lambda = \lambda_0 (1 - V^2/c^2)^{1/2}$ auszudrücken, worin V die beobachtete oder gemessene Geschwindigkeit der positiven Teilchen ist“ ([Ive1] S. 216).

Wenn hier die Gleichung für die mittlere Wellenlänge $\bar{\lambda}$ mit der mittleren Frequenz v_M aus Gleichung Gl. 7 korrespondiert, ist doch fraglich, ob sich dieser Zusammenhang für die Wellenlänge in analoger Weise zum Rechenschritt von Gleichung Gl. 6 zu Gl. 7 ergeben kann.

Geht man bei der Rechnung mit den Wellenlängen von der reziproken Gleichungen Gl. 1 aus, würde sich der Kosinus im Nenner befinden und eine Eliminierung des Kosinus wäre bei der Bildung des Mittelwertes in oben durchgeföhrter Weise nicht möglich.

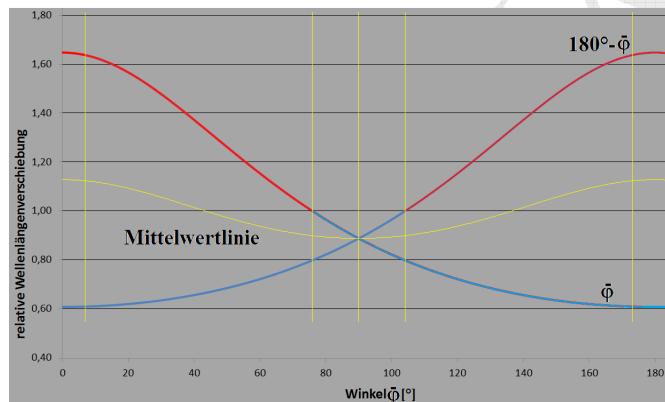


Bild 3: Darstellung der Verschiebung der Wellenlängen nach Gleichung Gl. 1. Es wurde zur besseren Verdeutlichung der Effekte eine rein hypothetische Geschwindigkeit der Kanalstrahlen von $v = 0,462 c$ angenommen

Es ist zu untersuchen, welcher Zusammenhang an dieser Stelle der richtige ist und welcher zu verwerfen ist. Dazu wäre es schön, wenn in der Veröffentlichung zur Versuchsdurchführung ([Ive1]) der Ausgangspunkt des verwendeten Formalismus angegeben worden wäre. Leider findet sich darin ausschließlich der oben angegebene Hinweis, dass die Verschiebung des Schwerpunktes durch eine Formel der Wellenlängen einen konstanten Wert hat, der nur von der Relativgeschwindigkeit bestimmt wird.

Interessanter Weise korrespondiert dieser Wert mit dem der Frequenzverschiebung in Gleichung Gl. 7. Wie der Unterschied der Bilder 2 und 3 zeigt, kann das aber so nicht sein. Entweder es gibt einen solchen Mittelwert (siehe Bild 2) für die Frequenzverschiebung, dann ergäbe sich eine Mittelwertlinie (siehe Bild 3) für die Verschiebung der Wellenlängen. So ist

Quellenangabe: Sydow, R. Ives und der Doppler-Effekt, transversal oder longitudinal? Niederfinow (Deutschland) 07.03.2023
<https://rolfswelt.de/physik/#rt-ives-und-der-doppler-effekt>

Revision: 1.3.0.3 vom 18.07.2023
copyright ©: alle Rechte vorbehalten, 2023, Rolf Sydow



es aus der Herleitung des Sachverhalts nach der von Einstein gefundenen Ausgangsgleichung Gl. 1 zu schlussfolgern.

Sollte es die Wellenlänge sein, deren Verschiebung bei einer Relativgeschwindigkeit konstant ist, müsste die Frequenzverschiebung einer Mittelwertlinie folgen. Dann aber stellte sich die Frage nach der Richtigkeit der von Einstein angegeben Formel Gl. 1.

Als Ursache für diese Diskrepanz ist die Definition des Winkels Θ (siehe Bild 1) zu sehen, der immer so zu wählen ist, dass sich für einen Winkel $\Theta = 0^\circ$ eine Rotverschiebung ergibt. Dementsprechend wird sich für den Winkel von $\Theta = 180^\circ$ eine Blauverschiebung einstellen müssen (vgl. [Syd2] S. 11).

Damit wird sich für den transversalen Doppler-Effekt unabhängig von jedweden Einflüssen eine Blauverschiebung einstellen müssen (vgl. Bild 2). Das ist auch der Gleichung Gl. 7 zu entnehmen.

Dass Einstein mit seiner Formel zur Überprüfung des transversalen Doppler-Effekts diese Bedingung nicht erfüllt, konnte er zu seiner Zeit noch nicht überprüfen.

$$\frac{v}{v_0} = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \quad (\text{[Ein1] S. 197}) \quad \text{Gl. 9}$$

Ob Ives und Stilwell klar war, dass sie zwingend zu einer Blauverschiebung kommen mussten, ist nicht nachzuvollziehen. In der Erklärung ihres Versuches gingen Ives und Stilwell jedenfalls von der richtigen Formel für den transversalen Doppler-Effekt aus (vgl. [Syd1] S. 4 Gl. 9b). Doch ermittelten sie ja den transversalen Doppler-Effekt gar nicht. Sie arbeiteten mit einem Winkel von 7° (siehe [Ive1] S. 222). Hier ist es wahrscheinlich, dass sie die Bedeutung des Winkels Θ (siehe Bild 1) falsch interpretierten. Sie gaben diesen Winkel mit 7° an, was darauf hindeutet, dass sie damit den komplementären Winkel zu Einsteins Definition verwendeten. Eine Überprüfung dieses Sachverhaltes wäre einfach durchzuführen, wenn man die gespiegelten Photonen ausblendete, um herauszufinden, in welche Richtung die Verschiebung der Spektrallinien stattfindet.

Ein weiterer Punkt zur Beachtung ist, dass die Experimentatoren ihre Ergebnisse nicht als Funktion der Relativgeschwindigkeit darstellten. Sie benutzten dazu die Spannung, mit der die Kanalstrahlen beschleunigt wurden.

Der Zusammenhang zwischen dieser Spannung und der annehmenden Relativgeschwindigkeit ermittelt sich nach der Gleichung:

$$eE = \frac{1}{2} M(V^2/c^2) \quad (\text{[Ive1] S. 222}) \quad \text{Gl. 10}$$

Mit dieser Gleichung Gl. 10 wird die durch die elektrische Spannung E auf die Elementarladungen e einwirkende elektrische Energie der kinetischen Energie gleichgesetzt, die die Protonen mit der Masse M erreichen, wenn sie die Geschwindigkeit V haben. Dass die Relativierung der kinetischen Energie mit der Lichtgeschwindigkeit zu einer Gleichung führt, die einer Plausibilitätsprüfung nicht standhalten kann, ist offensichtlich.



Für die weitere Rechnung sollte also korrekter Weise die Gleichung Gl. 11 Verwendung finden, selbst wenn im Nachhinein dennoch durch die Lichtgeschwindigkeit zu dividieren ist:

$$eE = \frac{m}{2} v^2 \quad \text{Gl. 11}$$

So ist im Folgenden die Berechnung der theoretisch zu erwartenden Verschiebungen der Spektrallinien durch die Relativgeschwindigkeit nachzuvollziehen.

Ausgangspunkt sind die folgenden Daten:

- Es wird die Verschiebung der Balmer-Serie des Wasserstoffs $H_{\beta} = 486,1 \text{ nm}$ betrachtet.
- Für die Berechnung wird davon ausgegangen, dass die beschleunigten Protonen die Rümpfe der 2-atomigen Wasserstoffmoleküle sind. Deren Masse ist mit $m = 2 \cdot 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ anzunehmen.
- Die Elementarladung ist $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$.
- Für die Lichtgeschwindigkeit wird der festgelegte Wert von $c = 299792458 \text{ m/s}$ angesetzt.

Mit diesen Werten lassen sich für jede Beschleunigungsspannung E die anzunehmenden Geschwindigkeiten darstellen. Die in der Tabelle Tab. 1 verwendeten Spannungen sind der Veröffentlichung [Ive1] S. 222 entnommen.

Ifd. Nr.	Spannung E [V]	Geschwindigkeit v [km/s]	relative Geschwindigkeit v/c []
1	20755	1409,75	0,0047024
2	13702	1145,44	0,0038208
3	7859	867,49	0,0028936

Tab. 1: Berechnung der Relativgeschwindigkeit der Kanalstrahlen

Aus diesen relativen Geschwindigkeiten lassen sich nun die zu erwartenden Frequenz- oder Wellenlängenverschiebungen ermitteln. Dabei werden die relativen Geschwindigkeiten aus der Tabelle Tab. 1 entnommen, um die Parallele zum Versuch (siehe [Ive1]) zu haben.

Der Logik folgend, dass Einsteins Gleichung Gl. 1 als richtig anzunehmen ist, wird diese Formel für die Berechnung der Verschiebung der Spektrallinien herangezogen. Für die Ermittlung der Frequenzverschiebung gilt dann die Gleichung Gl. 1 und für die Wellenlängenverschiebung ergeben sich die reziproken Werte dieser Verschiebung.

Ifd. Nr.	relative Geschwindigkeit v/c []	Frequenzverschiebung v/v_0 (relative Verschiebung) $\varphi = 173^\circ$ $\varphi = 7^\circ$	Wellenlängenverschiebung λ/λ_0 (relative Verschiebung) $\varphi = 173^\circ$ $\varphi = 7^\circ$
1	0,0047024	1,0046793	0,9953428
2	0,0038208	1,0038003	0,9962143
3	0,0028936	1,0028768	0,9971316

Tab. 2: rechnerische Ermittlung der zu erwartenden Verschiebungen der Spektrallinien

Es wurde bei der Berechnung beachtet, dass der anzunehmende Winkel Θ (siehe Bild 1) mit 173° zu bewerten ist. Den Bildern 2 und 3 ist zu entnehmen, dass dadurch die berechneten Werte mit denen des Winkels 7° identisch sind, nur die Art der Verschiebung ist konträr.

Betrachtet man nun wie oben bereits angegeben die H_β -Linie der Balmer-Serie des Wasserstoffs mit 486,1 nm (entspricht 4861 Å), dann lässt sich aus den Werten der relativen Wellenlängenverschiebung der absolute Betrag der Verschiebung des Spektrallinien berechnen.

lfd. Nr.	relative Geschwindigkeit v/c []	Wellenlängenverschiebung λ/λ_0 [Å] $\phi = 173^\circ$	Mittelwert [Å]
1	0,0047024	22,64	-22,75
2	0,0038208	18,40	-18,47
3	0,0028936	13,94	-13,98

Tab. 3: rechnerische Ermittlung der zu erwartenden Verschiebungen der Spektrallinien

Die Berechnung des Mittelwertes der ermittelten Wellenlängenverschiebung sollte mit der Nachrechnung mittels Relativitätsquotienten in Anlehnung an Gleichung Gl. 7 weitestgehend übereinstimmen.

Mit dieser Vorarbeit einer möglichen Auswertung wäre es sehr einfach, die erwarteten Werte der Frequenzverschiebung der Wellenlängen des empfangenen Lichts zu vergleichen. Leider haben die Experimentatoren einen Kunstgriff unternommen, der einen solchen Vergleich unmöglich macht. In ihrer Darstellung ([Ive1] S. 222 Fig. 10) „sind durch gestrichelte Linien die berechneten Werte [...] gezeigt. Sie sind für H_2 und H_3 gegen die Wurzel der [Beschleunigungs-] Spannung gezeichnet. [...]. Die beobachteten Werte sind die Mittelwerte der gemessenen Verschiebungen der direkten und der reflektierten Doppler-Linien [...]“ ([Ive1] S. 222). Konkret gesagt sind dort die Mittelwerte der Beträge der Verschiebungen genommen worden.

Damit ist der transversale Effekt nicht mehr darstellbar. Es kann aber der Zusammenhang zwischen der relativen Geschwindigkeit v/c und der Beschleunigungsspannung E als Wurzelfunktion nachgewiesen werden.

Deshalb wurden weitere Versuche seitens der Experimentatoren durchgeführt, die direkt darauf abzielten, den Versatz der Mitte der beiden Spektrallinien zu ermitteln (vgl. ebd. S. 224). „Sie [die Versuche] zeigten, dass diese Verschiebung in der theoretisch erwarteten Größenordnung war und dass sie unabhängig von der Ausrichtung der Apparatur war“ (ebd.). Zu diesem Zweck wurde vorab die theoretisch zu erwartenden Verschiebungen der Spektrallinien gegen die H_β -Linie des Wasserstoffs entsprechend Gleichung Gl. 7 berechnet.

Quellenangabe: Sydow, R. Ives und der Doppler-Effekt, transversal oder longitudinal? Niederfinow (Deutschland) 07.03.2023

<https://rolfswelt.de/physik/#rt-ives-und-der-doppler-effekt>

Revision: 1.3.0.3 vom 18.07.2023

copyright ©: alle Rechte vorbehalten, 2023, Rolf Sydow



Diese Gleichung Gl. 7 ergibt durch Umrechnung in die in [Ive1] S. 216 angegebene Gleichung für den transversalen Doppler-Effekt in Abhängigkeit der Wellenlänge (siehe S. 8). In der Veröffentlichung wurde dieser nach der Wellenlänge aufgelöste Ansatz mittels Taylor-Entwicklung (siehe Anl. 3) vereinfacht. Man ging von der Gleichung Gl. 12b aus:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} \approx 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2} \quad \text{Gl. 12a}$$

woraus sich für die Änderung der Wellenlänge $\Delta\lambda$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0} = 1 - \frac{\lambda}{\lambda_0} \approx 1 - 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2} \quad \text{Gl. 12b}$$

ergibt. Der damit einhergehende Fehler für eine relative Geschwindigkeiten $v/c < 0,005$ ist vernachlässigbar.

Vergleicht man den Zusammenhang von der Geschwindigkeit v/c mit der Beschleunigungsspannung (siehe Gleichung Gl. 10), findet sich eine quadratische Abhängigkeit. Da diese Abhängigkeit in Gleichung Gl. 12b ebenfalls quadratisch ist, lässt sich eine lineare Abhängigkeit des theoretischen Versatzes des Mittelwertes $\Delta\lambda$ von der Beschleunigungsspannung ableiten (vgl. ebd. S. 224).

In den folgenden Tabellen (ebd. S. 224 Tab. II und S. 225 Tab. III) wurden die beobachteten Abweichungen registriert. Leider wurden die abgelesenen Abweichungen der Spektrallinien nicht angegeben. Damit sind diese Werte als „beobachtete“ (ebd.) Werte deklariert.

Es ist aber nicht nachvollziehbar, wie diese Werte abzulesen gewesen sein sollen.

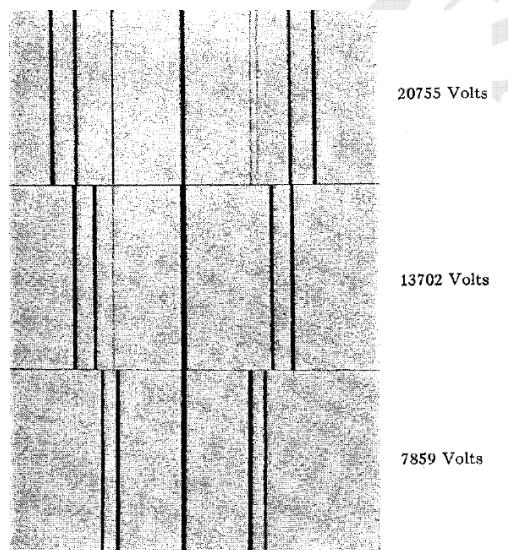


Bild 4: Darstellung der Verschiebung der Spektrallinien gegenüber der eingebblendeten nichtverschobenen H_β -Wasserstofflinie bei verschiedenen Geschwindigkeiten der Kanalstrahlen ([Ive1] S. 222 Fig. 9)

Das, was im Ergebnis der durchgeführten Versuche zu sehen war, sind solche „typischen Spektrogramme“ (ebd. S. 220), wie sie im Bild 4 für 3 verschiedene Beschleunigungsspannungen ermittelt wurden. „In jedem ist im Zentrum eine nichtversetzte



Linie zu sehen, die an jeder Seite von zwei Linien begleitet wird, welche durch ihre Unterscheidung der Abstände von der Mittellinie in den Verhältnissen $\sqrt{2}/\sqrt{3}$ als H₂ und H₃ identifiziert werden konnten“ ([Ive1] S. 220). Die Mittellinie resultiert aus emittiertem Licht stationärer, angeregter Teilchen in der Vorrichtung (ebd.).

Aus diesen Bildern wäre dann eine Verschiebung des Mittelwertes der verschobenen Spektrallinien abzuleiten. Leider sind in den Bildern keine Maßstäbe oder sonstigen Hinweise auf Messwerte eingetragen. Das Nachvollziehen der Mittelwertverschiebung ist nicht simpel möglich.

Damit reduziert sich dieses Nachvollziehen der Werte auf eine vertrauensvolle Zustimmung.

Schlussfolgerungen

Zunächst schlossen Ives und Stilwell, dass sie mit ihrem Versuch die Larmor-Lorentz-Theorie bestätigen konnten (siehe [Ive1] S. 225). Sie begründeten das mit dem linearen Zusammenhang der Verschiebungen des Mittelpunktes der Spektrallinienverschiebungen zu Beschleunigungsspannung der Kanalstrahlen (ebd. Fig. 13).

Dass sie die Formel der von Lorentz angegebenen Längenkontraktion zur theoretischen Grundlage machten und sie korrespondierende Ergebnisse erhielten, gibt ihnen die Bestätigung dieser Theorie.

Weil ihre komplette Versuchsvorrichtung drehbar gelagert war, konnten sie in der Manier des Michelson-Morley-Experiments die Abhängigkeit ihrer Versuchsergebnisse von der Bewegung der Erde durch einen vermeintlichen Äther überprüfen (vgl. ebd. S. 224 Tab. II). Wie auch Michelson und Morley erhielten sie ein null-Ergebnis.

Dennoch schlossen sie aus dem null-Ergebnis nicht, dass der Äther nicht existieren kann. Sie hatten mit ihrem „Experiment ein positives anstatt ein null-Resultat [...]“ ([Ive1] S. 226). Daraus leiteten sie den Nachweis der Längenkontraktion nach Lorentz ab und fanden diese Längenkontraktion besser bestätigt als durch ein null-Resultat.

Dann schlussfolgerten sie im Zusammenhang mit der nachgewiesenen Längenkontraktion, dass es auch eine Zeidilatation geben muss (vgl. ebd.).

Diese Zeidilatation ergäbe sich dann auch folgerichtig für den Winkel einer 90°-Emission, womit der transversale Doppler-Effekt als indirekt bestätigt angenommen werden kann.

Hier könnte die Beweiskette zum Nachweis der Zeidilatation zu Ende sein, wenn da nicht auffällig wäre, dass es in der „Bedeutung der Ergebnisse“ (ebd.) keinen Hinweis auf Einsteins RT gab.

Warum wird die RT nicht erwähnt, wenn die Experimentatoren so grandios sowohl Längenkontraktion als auch Zeidilatation bewiesen haben wollen? Wo liegt der Dreh- und Angelpunkt dafür, dass die RT hier keine weitere Erwähnung fand?



Um dieser Frage näher zu kommen, ist es erforderlich, mit den zur Verfügung stehenden Mitteln, die Auswertung der Experimente nachzuvollziehen.

Einziges ursprüngliches Zeugnis der Verschiebung der Spektrallinien ist das Bild 4 (S. 12). Darin sind 3 Versuchsergebnisse der „typischen Spektrogramme“ ([Ive1] S. 220) abgebildet. Da diese Spektrogramme nicht vermaßt sind, soll das hier für das obere Teilbild nachvollzogen werden.

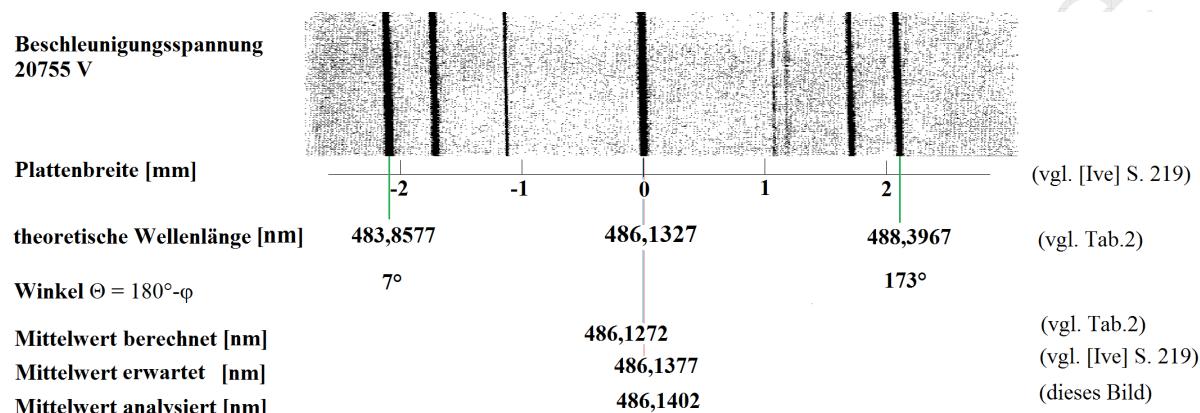


Bild 5: Analyse eines Spektrogramms

Die Analyse des Spektrogramms ([Ive1] S. 222) für den Versuch mit einer Beschleunigungsspannung von 20755 V ist im Bild 5 gezeigt.

Das Spektrogramm entsteht auf einer Fotoplatte, in deren Mitte die H_β -Linie (486,1327 nm) des ruhenden Wasserstoffs justiert wird. Weiter können dem Spektrum die theoretisch erwarteten Werte für die Wellenlängenverschiebungen zugeordnet werden. Dabei liegt die H_β -Linie für die in den Winkel $\Theta = 7^\circ$ emittierten Photonen bei 483,8577 nm. Der Winkel Θ entspricht dabei dem Winkel $\varphi = 173^\circ$, wie er in der Formel Gl. 1 der einsteinschen Theorie anzuwenden ist. Analog ergibt sich die H_β -Linie für den Winkel $\Theta = 173^\circ$ bei 488,3967 nm. Diese Werte sind nach der Gleichung Gl. 1 berechnet und der Tabelle Tab. 2 zu entnehmen. Durch entsprechende Messungen wurde ermittelt, dass auf der Fotoplatte, auf welche das Spektrum projiziert wird, in einem Millimeter Plattenbreite 10,87 Å abgebildet werden (siehe [Ive1] S. 219). Unter dem Spektrum ist nun die Plattenbreite vermaßt. Es ist zu erkennen, dass sich das hier betrachtete Spektrum über wenig mehr als 4 mm auf der Fotoplatte erstreckt.

Zur Verdeutlichung der Verhältnisse wurden nun die Verschiebungen der Mitte der verschobenen Spektrallinien eingezeichnet. Da diese Verschiebung für die im Beispiel angegebene Beschleunigungsspannung in der Größenordnung von 0,005 mm (siehe ebd.) zu erwarten ist, ist sie kaum wahrnehmbar.

Trägt man diese Verschiebung ein, so wie sie sich nach den Gegebenheiten der SRT ergeben müsste, sollte sich diese Verschiebung als Blauverschiebung bei 486,1272 nm ergeben. Die



Verschiebungen dagegen, die in der Veröffentlichung [Ive1] angegeben werden, sind alle mit positivem Vorzeichen behaftet. Damit sind sie als Rotverschiebungen zu interpretieren. Kaum von der H_β-Linie zu unterscheiden ergibt sich diese Verschiebung bei 486,1377 nm als zu erwartender Mittelwert.

Analysiert man die Spektrallinien im Bild 5 erhält man für ihre Mitte den Wert 486,1402 nm. Damit läge man also minimal über dem erwarteten Mittelwert in Richtung Rotverschiebung.

Soviel zu der einzigen Quelle des Versuchs von Ives und Stilwell, die sich auswerten lässt. Nun kann man gerne die Genauigkeit der offerierten Messergebnisse anzweifeln. Dann würden ggf. genauere Versuche diese Ergebnisse bestätigen.

Doch ein Missstand wird offensichtlich. Wenn gesagt wurde, dass sich der transversale Doppler-Effekt grundsätzlich nur durch eine Blauverschiebung (s. S. 3) dokumentieren kann (vgl. auch Bild 2 und 3), dann liest man aus der Analyse der Verschiebung der Spektrallinien eine Rotverschiebung heraus.

Damit sind verschiedene Schlussfolgerungen möglich.
Die Annahme von Messfehlern wäre dabei noch die angenehmste.
Eine seitenverkehrte Darstellung des Spektrums (Bild 4) wäre möglich. Das ist aber unwahrscheinlich, da es üblich ist, ein Spektrum mit den niederen Wellenlängen links zu beginnen. Außerdem wird in [Ive2] S. 373 explizit bestätigt, dass das vom Spiegel kommende Licht, also das aus 173° kommende Licht, das rotverschobene war.
Jedenfalls kann man ausschließen, dass der Versuch von Ives und Stilwell in seiner Auswertung von 1938 ([Ive1]) die einsteinsche SRT bestätigt.

Doch weil den Experimentatoren selbst ihr Ergebnis an der Grenze des Erkennbaren zu sein schien, führten sie 1941 weitere Versuche durch. In ihren ersten Versuchen von 1938 hatten sie technische Probleme mit den Beschleunigungselektronen, die bei Spannungen über 20000 V Zusammenbrüche und Funkenschlag aufwiesen (siehe [Ive2] S. 369). Diese Probleme konnten sie beheben und nun mit Spannungen bis etwa 43000 V arbeiten. Damit erwarteten sie eine Verschiebung des Schwerpunktes der Spektrallinien der H₂-Moleküle von über 0,11 Å (ebd.).

Sie änderten noch ihre Versuchsanordnung bezüglich des Spiegels. Nun war es das im Winkel $\Theta = 7^\circ$ ausgesendete Licht, dass über den Spiegel geleitet wurde. Wenn also in [Ive2] S. 373 darauf hingewiesen wurde, dass es nun das von Spiegel kommende Licht ist, dass blauverschoben ist, dann ändert das an der Darstellung der Spektrallinien im Spektrum gar nichts. Dem Spektrum ist es egal, ob das Licht durch einen Spiegel umgelenkt wurde oder nicht.

Letztlich ist es immer das Licht, dass in Richtung der Bewegungsrichtung der Kanalstrahlen gesendet wird, das blauverschoben sein muss. Das hängt einfach damit zusammen, dass ein Anteil der Bewegungsenergie der Kanalstrahlen dem Licht mitgegeben wird.

Quellenangabe: Sydow, R. Ives und der Doppler-Effekt, transversal oder longitudinal? Niederfinow (Deutschland) 07.03.2023

<https://rolfswelt.de/physik/#rt-ives-und-der-doppler-effekt>

Revision: 1.3.0.3 vom 18.07.2023

copyright ©: alle Rechte vorbehalten, 2023, Rolf Sydow



Höhere Energie E des Lichts, bedeutet über den Zusammenhang $E = hf$ (h = plancksches Wirkungsquantum), dass sich die Frequenz f erhöht. Eine höhere Frequenz bedeutet über $c = \lambda f$, dass die Wellenlänge λ wegen der konstanten Lichtgeschwindigkeit c geringer wird. Das Licht wird zu Wellenlängen ins Blaue verschoben.

Analog gilt für die entgegen gesetzten Lichtquanten, dass sie ins Rote verschoben werden.

Die sich ergebende Frage ist, ob mit den höheren Beschleunigungsspannungen und der sich daraus erbenden höheren Relativgeschwindigkeit der Kanalstrahlen besser entscheiden lässt, ob die Verschiebung des Linien-Mittelpunktes ins Rote oder ins Blaue stattfindet.

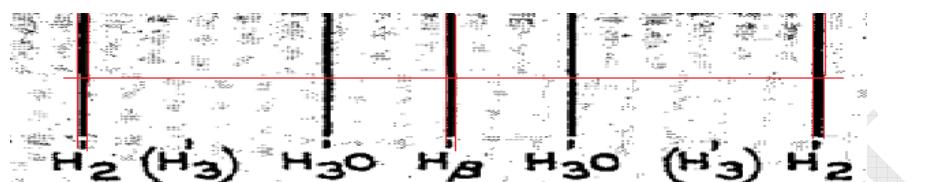


Bild 6: Spektrum bei 42280 V (vgl. [Ive2] S. 370 f.)

Da auch in dieser Veröffentlichung von Ives und Stilwell keine Daten über die Messung der Spektrallinien enthalten sind, wird das von ihnen veröffentlichte Spektrum analysiert. Die Methode ist denkbar einfach. Das Bild wird in Paint (Standard Windows-Programm) überführt.

Da die Mitten der Spektrallinien nicht direkt zu erkennen sind, werden die Ränder der Spektrallinien (rote senkrechte Linien) markiert, um daraus auf deren Mittelwert zu schließen. Eine horizontale Linie gibt die mit ihren Kreuzungspunkten die zu ermittelnden Werte an. Durch diese horizontale Linie wird ein durch eventuelle Schrägstellung der Spektrallinien auftretender Parallaxenfehler vermieden.

Messwerte	83	91	353	360	622	630
Linienmitten	87		356,5		626	
Mittendifferenzen		269,5		269,5		
Mittelpunktverschiebung			0			

Tab. 4: Berechnung der Mittelpunktverschiebung zweier Spektrallinien

Die Aufnahme der Messwerte in Tabelle Tab. 4 ist nur das Ablesen der x-Position der oben beschriebenen Kreuzungspunkte. Sollten diese Kreuzungspunkte bei einer Nachkontrolle des Bildes nicht mit den hier angegebenen übereinstimmen, ist das ohne Belang. Da letztlich nur die Differenzen ausgewertet werden, muss am Ende dasselbe Ergebnis herauskommen.

Die Linienmitte zu bestimmen ist durch Mittelwertbildung der Liniengrenzen möglich.

Die Mittendifferenzen werden dann als Abstand der Linienmitten berechnet.

Die Differenz der Mittendifferenzen ergibt schließlich die Mittelpunktverschiebung.



Es ist erstaunlich, dass diese Mittelpunktverschiebung sich exakt zu null ergibt. Damit fällt sie kleiner als bei den durchgeführten Versuchen geringerer Beschleunigungsspannung aus. Ebenso ist eine Entscheidung nach der Art der Verschiebung (ob rot- oder blauverschoben) unmöglich.

Damit stellt sich die Frage, wie die Experimentatoren zu der von ihnen gemessenen Mittelpunktverschiebung von 0,1145 Å ([Ive2] S. 370 Table I) gekommen sind.

Die von ihnen gemachten Aussagen über „beobachtete“ (ebd.) Verschiebungen ($\Delta'\lambda$) sind insofern nicht nachvollziehbar.

Wenn auch die Arbeit von Ives und Stilwell hier nicht widerlegt werden kann, so muss festgestellt werden, dass sie zur Bestätigung des transversalen Doppler-Effekts nicht hilfreich ist.

Dennoch haben Ives und Stilwell eine Methodik entwickelt, einen möglichen transversalen Doppler-Effekt nachzuweisen. Ob dieser Effekt, sollte er den in späteren Versuchen gefunden werden, als Zeitdilatation zu interpretieren sein, ist damit noch nicht gesagt.



Anlagen

Anl. 1: Taylor-Entwicklung longitudinaler Doppler-Effekt

Im Folgenden soll zur weiteren Interpretation für die Gleichung Gl. 2 ein Polynom mittels Taylorentwicklung (siehe [Syd1]) erstellt werden.

Die Ausgangsgleichung ist entsprechend der Gleichung Gl. 2:

$$f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}} \quad \text{Gl. A1.1}$$

Zur Aufbereitung der Formel für die Taylor-Analyse sind die Ableitungen zu bilden:

$$f'(x) = \frac{-\frac{\sqrt{1+x}}{2\sqrt{1-x}} - \frac{\sqrt{1-x}}{2\sqrt{1+x}}}{1+x} = -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{1-x}\sqrt{1+x}} + \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{(1+x)^3}} \right] = -\frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{(1+x)^3} + (1-x)\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}(1+x)^2} \right]$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2} \left[\sqrt{1+x} \frac{(1+x)+(1-x)}{\sqrt{1-x}(1+x)^2} \right] = -\frac{1}{\sqrt{1-x}(1+x)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{Gl. A1.2}$$

$$f''(x) = \frac{-\frac{(1+x)^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{1-x}} + \frac{3}{2}\sqrt{1-x}\sqrt{1+x}}{(1-x)(1+x)^3} = -\frac{1}{2(1-x)^{\frac{3}{2}}(1+x)^{\frac{3}{2}}} + \frac{3}{2(1-x)^{\frac{1}{2}}(1+x)^{\frac{5}{2}}} = \frac{1-2x}{(1-x)^{\frac{3}{2}}(1+x)^{\frac{5}{2}}} \quad \text{Gl. A1.3}$$

Es lässt sich nun die erforderliche Tabelle an der Stelle $x_0 = 0$ füllen:

i	i!	f(x=x ₀)	f(x=x ₀)/i!	(x=x ₀) ⁱ	f(x=x ₀)/i! · (x=x ₀) ⁱ
0	1	1	1	x ⁰ = 1	1
1	1	-1	-1	x ¹	-x
2	2	1	0,5	x ²	0,5 x ²

Tab. 2: Hilfstabelle zur Berechnung einer Taylor-Reihe

Damit ergibt sich die o. g. Funktion f(x) in der Umgebung von x = 0 als das folgende Polynom:

$$f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}} \approx 1 - x + 0,5x^2 \quad \text{Gl. A1.4}$$

Bei der Ermittlung dieser Gleichung Gl. A1.4 wurde davon ausgegangen, dass höhere Glieder in ihrer Wirkung um die Entwicklungsstelle x₀ = 0 zu vernachlässigen sind.



Anl. 2: Taylor-Entwicklung transversaler Doppler-Effekt

Zur Gegenüberstellung zur Gleichung Gl. 2 wird hier die Gleichung Gl. 3 in ein Polynom mittels Taylorentwicklung (siehe [Syd1]) umgewandelt.

Die Ausgangsgleichung ist entsprechend der Gleichung Gl. 3 wie folgt darzustellen:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad \text{Gl. A2.1}$$

Zur Aufbereitung der Formel für die Taylor-Analyse sind die Ableitungen zu bilden:

$$f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{-2x}{\sqrt{(1-x^2)^3}} = \frac{x}{\sqrt{(1-x^2)^3}} \quad \text{Gl. A2.2}$$

$$f''(x) = \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}} + \frac{3x^2}{\sqrt{(1-x^2)^5}} = \frac{1+2x^2}{\sqrt{(1-x^2)^5}} \quad \text{Gl. A2.3}$$

Es lässt sich nun die erforderliche Tabelle an der Stelle $x_0 = 0$ füllen:

i	i!	f(x=x ₀)	f'(x=x ₀)/i!	(x=x ₀) ⁱ	f ⁱ (x=x ₀)/i! · (x=x ₀) ⁱ
0	1	1	1	x ⁰ =1	1
1	1	0	0	x ¹	0
2	2	1	0,5	x ²	0,5 x ²

Tab. 2: Hilfstabelle zur Berechnung einer Taylor-Reihe zweites Beispiel

Damit ergibt sich die o. g. Funktion f(x) in der Umgebung von x = 0 als das folgende Polynom:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \approx 1 + 0,5x^2 \quad \text{Gl. A2.4}$$

Auch bei dieser Formel wird auf weitere Ableitungen verzichtet.



Anl. 3: Taylor-Entwicklung reziproker Doppler-Effekt

Der Vollständigkeit halber wird hier auch die Gleichung der Wellenlängenverschiebung in ein Polynom mittels Taylorentwickelung (siehe [Syd1]) umgewandelt.

Die Ausgangsgleichung ist entsprechend der Gleichung aus [Ive1] S. 216 wie folgt darzustellen:

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2} \quad \text{Gl. A3.1}$$

Zur Aufbereitung der Formel für die Taylor-Analyse sind die Ableitungen zu bilden:

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \quad \text{Gl. A3.2}$$

$$f''(x) = \frac{-\sqrt{1-x^2} + x \cdot \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}}{1-x^2} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}} = -\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}} \quad \text{Gl. A3.3}$$

Es lässt sich nun die erforderliche Tabelle an der Stelle $x_0 = 0$ füllen:

i	i!	$f^i(x=x_0)$	$f^i(x=x_0)/i!$	$(x = x_0)^i$	$f^i(x=x_0)/i! \cdot (x = x_0)^i$
0	1	1	1	$x^0 = 1$	1
1	1	0	0	x^1	0
2	2	-1	-0,5	x^2	-0,5 x^2

Tab. 2: Hilfstabelle zur Berechnung einer Taylor-Reihe zweites Beispiel

Damit ergibt sich die o. g. Funktion $f(x)$ in der Umgebung von $x = 0$ als das folgende Polynom:

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2} \approx 1 - 0,5x^2 \quad \text{Gl. A3.4}$$

Auch bei dieser Formel wird auf weitere Ableitungen verzichtet.



Literatur

- [All] Allonsenfants (Ps.) et al.: Johannes Stark
Wikipedia unbekannt (19.02.2023) cited 07.03.2023
https://de.wikipedia.org/wiki/Johannes_Stark
- [Ber] Beranek, M.: Zeitdilatation, (Zwei-Photonen-Spektroskopie)
google Tornesch (12.04.2008) cited 30.03.2018
<http://www.beranek.de/downread/zeitdilatation.pdf>
- [Ein1] Einstein, A.: Über die Möglichkeit einer neuen Prüfung des Relativitätsprinzips
Annalen der Physik 23, 197 Leipzig (1907) cited 07.03.2023
https://myweb.rz.uni-augsburg.de/~eckern/adp/history/einstein-papers/1907_23_197-198.pdf
- [Ein2] Einstein, A.: Zur Elektrodynamik bewegter Körper
Annalen der Physik, Jg. 17, 1905, S. 891-921 Bern Juni 1905
http://www.pro-physik.de/Phy/pdfs/ger_890_921.pdf
- [Fre] French, A. P.: Die spezielle Relativitätstheorie, M. I. T. Einführungskurs Physik
Friedr. Viehweg + Sohn Braunschweig (1971) cited 27.09.2015
<https://books.google.de/>
- [Giu] Giuliani, G.: Experiment and theory, the case of the Doppler effect for photons
google (arXiv) Pavia (Italien) (02.02.2015) cited 10.06.2018
<https://arxiv.org/pdf/1502.05736.pdf>
- [Ive1] Ives, H. E.; Stilwell, G. R.: An Experimental Study of the Rate of a Moving Atomic Clock
Journal of the Optical Society of America Vol 28 New York (USA) (7/1938) cited 29.03.2018
<http://www.conspiracyoflight.com/Ives/HerbertIves1938a.pdf>
- [Ive2] Ives, H. E.; Stilwell, G. R.: An Experimental Study of the Rate of a Moving Atomic Clock. II
Journal of Stochastic Analysis Vol. 31 pp 369 - 374 New York (USA) (05/1941) cited 14.06.2022
https://paulba.no/paper/Ives_Stilwell_II.pdf
- [Kas] Kassner, K.: Crash Course in spezieller Relativitätstheorie
google Magdeburg (17.05.2006) cited 24.06.2018
<http://wase.urz.uni-magdeburg.de/kassner/srt/crashcourse/index.html>
- [Syd1] Sydow, R. Die Größen n-ter Ordnung, wie man ein Polynom herstellt
Niederfinow (Deutschland) 02.06.2022
<https://rolfswelt.de/mathematik/#reihen-taylor-reihe>
- [Syd2] Sydow, R.: Der optische Doppler-Effekt, ein Fehler im System
www google Niederfinow 12.03.2023
<https://rolfswelt.de/physik/#mechanik-der-optische-doppler-effekt>
- [Wil] Wild, R.: Optischer Dopplereffekt
metager unbekannt cited 14.04.2009
<http://www1.physik.uni-greifswald.de/lehre/seminar/22-Wild-Handout.pdf>
- Quellenangabe:** Sydow, R. Ives und der Doppler-Effekt, transversal oder longitudinal? Niederfinow (Deutschland) 07.03.2023
<https://rolfswelt.de/physik/#rt-ives-und-der-doppler-effekt>
- Revision:** 1.3.0.3 vom 18.07.2023
copyright ©: alle Rechte vorbehalten, 2023, Rolf Sydow