



Die Interpretation der Lorentz-Transformation

R. Sydow, Niederfinow (Deutschland)
2022

abstrakt: Wenn die Lorentz-Transformation den Raum für Beobachter unterschiedlicher Inertialsysteme widerspiegeln soll, dann ist die Anordnung von Spiegeln im Raum, sodass eine in diesen Spiegeln reflektierte Lichtkugel, die Darstellung des Raums selbst.

Wie sich dieser so dokumentierte Raum nach den verschiedenen Theorien der Lichtausbreitung zeigt, wird in dieser Arbeit untersucht.



Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	2
Abkürzungen	2
Einleitung	3
Formeln der Lorentz-Transformation	3
Die Erweiterung der Lorentz-Transformation	4
Darstellung der Lorentz-Transformation im ungestrichenen System	4
Gedankenexperiment Spiegelkugel	6
im klassischen Fall	6
Lorentz-korrigiert	9
relativistische Betrachtung	11
Diskussion der Spiegelpunkte	12
Anlagen	15
Anlage 1: klassischer Fall der Transformation	15
Literatur	16

Abkürzungen

LT	Lorentz-Transformation
SRT	spezielle Relativitätstheorie



Einleitung

Die LT, von H. A. Lorentz im Jahre 1895 veröffentlicht (siehe [Lor]), war zur damaligen Zeit nicht darauf aus, auch die Zeitdilatation zu begründen. Es reichte, die Längenkontraktion zu bestimmen, um nachzuweisen, dass alle Versuche eine Ätherwechselwirkung zu finden, scheitern müssen.

Das Durchspielen der folgenden Gedanken wird zeigen, dass die Anwendung der LT nach Lorentz oder nach Einstein zu bestimmten Unterschieden führt. Während Einsteins Relativitätstheorie fordert, dass wegen des Relativitätsprinzips eine Unterscheidung von Systemen ausgeschlossen sein muss, führt die ausschließliche Anwendung der räumlichen Gleichungen der LT zu sehr skurrilen Effekten.

Diese Effekte werden hier aufgezeigt und diskutiert und damit nachgewiesen, dass zur Darstellung von relativen Bewegungen zwingend die einsteinsche LT erforderlich ist. Es wird eine Betrachtung analog zu Einsteins Vorgehen angestellt:

„Zur Zeit $t = \tau = 0$ werde von dem zu dieser Zeit gemeinsamen Koordinatenursprung beider Systeme aus eine Kugelwelle ausgesandt, welche sich im System K mit der Geschwindigkeit V ausbreitet.“ ([Ein] S. 900)

Es gelten die folgenden Konventionen zur Übersetzung der bei Einstein verwendeten Bezeichnungen in die heutzutage gebräuchlichen Bezeichnungen physikalischer Größen:

heutiges Formelzeichen	bei Einstein verwendete Formelzeichen	Bemerkungen
S	$K(x, y, z, t)$	ungestrichenes System = ruhendes System
S'	$k(\xi, \eta, \zeta, \tau)$	gestrichenes System = bewegtes System
$x; y; z; t$	$x; y; z; t$	Koordinaten für das ruhende System
$x'; y'; z'; t'$	$\xi; \eta; \zeta; \tau$	Koordinaten für das bewegte System
k	β	Relativitätskoeffizient

Tab. 1: Variablenkonvention

Formeln der Lorentz-Transformation

Die Herleitung der Lorentz-Transformation ist in verschiedenen Formen der Literatur zu entnehmen. Für die weiteren Erläuterungen sollen die Formeln aufgeführt werden, wie sie bei Einstein zu finden sind (vgl. [Ein] S. 902) und auf die o. g. Konvention angewendet wurde:

$$x' = k(x - vt) \quad \text{Gl. 1}$$

$$y' = y \quad \text{Gl. 2}$$

$$z' = z \quad \text{Gl. 3}$$

$$t' = k(t - xv/c^2) \quad \text{Gl. 4}$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{Gl. 5}$$

(beachte die o. g. Konvention nach Tab. 1)

Quellenangabe: Sydow, R. Die Interpretation der Lorentz-Transformation, Niederfinow (Deutschland) 20.02.2022
<https://rolfswelt.de/physik/#lt-die-interpretation-der-lorentz-transformation>

Revision: 1.2.0.2 vom 23.07.2023
copyright ©: alle Rechte vorbehalten, 2022, Rolf Sydow



Die Erweiterung der Lorentz-Transformation

Will man eine Kugelwelle ausgesendeten Lichts transformieren, wenn sie nicht gerade von einem Koordinatenursprung emittiert wurde (also $t > 0$), dann lässt sich das mit dem Ansatz:

$$x' = k(f(x) - vf(t)) \quad \text{Gl. 6}$$

$$y' = f(y) \quad \text{Gl. 7}$$

$$z' = f(z) \quad \text{Gl. 8}$$

$$t' = k(f(t) - f(x)v/c^2) \quad \text{Gl. 9}$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{Gl. 10}$$

bewerkstelligen.

Mit der Annahme, dass die Koordinaten des gestrichenen Systems S' durch eine beliebige Funktion der des ungestrichenen Systems S auszudrücken sind, ergibt sich der Schluss, dass es nicht notwendiger Maßen erforderlich ist, emittierte Lichtkugeln vom Koordinatenursprung ausgehend zu betrachten.

Es folgt nach selbigem Rechengang unter Weglassung der z-Komponente (für diese gilt die Analogie zur y-Komponente) wie in [Syd] S. 121:

$$x'^2 + y'^2 = (ct')^2 \quad \text{Gl. 11}$$

$$k^2(f(x) - vf(t))^2 + (f(y))^2 = (ck(f(t) - f(x)v/c^2))^2 \quad \text{Gl. 12}$$

$$k^2(f(x))^2 - 2k^2f(x)f(t)v + k^2v^2(f(t))^2 + (f(y))^2 =$$

$$k^2c^2(f(t))^2 - 2k^2f(t)f(x)v + k^2c^2\left(\frac{f(x)v}{c^2}\right)^2 \quad \text{Gl. 13}$$

$$k^2(f(x))^2 + k^2v^2(f(t))^2 + (f(y))^2 = k^2c^2(f(t))^2 + \frac{k^2}{c^2}(f(x)v)^2 \quad \text{Gl. 14}$$

$$k^2(f(x))^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) + (f(y))^2 = k^2c^2(f(t))^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \quad \text{Gl. 15}$$

woraus sich letztlich bei Einsetzen von k aus Gl. 12 das erwartete Ergebnis ermitteln lässt:

$$(f(x))^2 + (f(y))^2 = c^2(f(t))^2 \quad \text{Gl. 16}$$

Darstellung der Lorentz-Transformation im ungestrichenen System

Zur Anwendung der Lorentz-Transformation sind o.g. aufgeführten Formeln zu verwenden. Das Ergebnis einer solchen Anwendung ist für den beschriebenen Fall der Ausbreitung einer Lichtkugel in Bild 1 dargestellt.

Im Bild 1 ist das ungestrichene System S durch die weißen Koordinatenachsen gekennzeichnet. Die Lichtkugel, die sich im ungestrichenen System ausbreitet, ist ebenfalls weiß gezeichnet. Die schwarze Darstellung der Lichtkugel bezieht sich auf das gestrichene, mit der Geschwindigkeit v bewegte System.

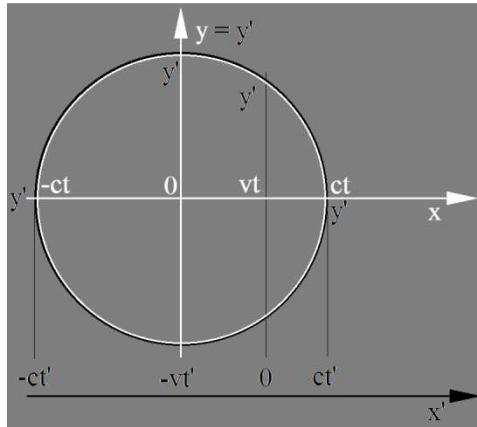


Bild 1: Anwendung der Lorentz-Transformation

Da es ja nur *eine* Lichtkugel gibt, müssen die beiden Darstellungen der Lichtkugel für das gestrichene und das ungestrichene System deckungsgleich sein.

Nach der Berechnung der Koordinaten des gestrichenen Systems ergeben sich beispielhaft die folgenden Transformationsergebnisse:

n (s. Gl 19)	x-Koordinate	x'-Koordinate	y' = y
-1	-ct	-ct'	0
0	0	-vt'	ct
v/c	vt	0	ct/k
1	ct	ct'	0

Tabelle 2: Beispiele der Transformation

Die Berechnung dieser Werte ist einfach nachzuvollziehen, wenn man in Gl. 1 und Gl. 4 den zu transformierenden Wert für x einsetzt und das entsprechende t aus Gleichung Gl. 4 einsetzt. Um diesen Akt verallgemeinert durchzuführen, sei der gewünschte zu transformierende Wert x als ein Vielfaches von ct auszudrücken:

$$x = nct \quad (-1 \leq n \leq 1) \quad \text{Gl. 17}$$

Dann folgen die Gleichungen Gl. 1 und Gl. 4 zu:

$$x' = k(nct - vt) = kct \left(n - \frac{v}{c} \right) \quad \text{Gl. 18}$$

und

$$t' = k \left(t - nct \frac{v}{c^2} \right) = kt \left(1 - n \frac{v}{c} \right) \quad \text{Gl. 19}$$

Nach dem Umstellen der Gleichung Gl. 21 nach t und Einsetzen in Gleichung Gl. 20 folgt:

$$x' = kc \frac{t' \frac{n-\frac{v}{c}}{1-n\frac{v}{c}}}{k \frac{1-n\frac{v}{c}}{1-n\frac{v}{c}}} = ct' \frac{n-\frac{v}{c}}{1-n\frac{v}{c}} \quad \text{Gl. 20}$$

Setzt man die in der Tabelle Tab. 2 vorgegebenen Beispiele für n ein, erhält man die entsprechenden Werte für x aus Gl. 17 und x' aus Gl. 20.

Dass sich bei dieser Transformation ergibt, dass $y = y'$ (resp. $z = z'$) sein muss, ist dem Bild 1 zu entnehmen.

Quellenangabe: Sydow, R. Die Interpretation der Lorentz-Transformation, Niederfinow (Deutschland) 20.02.2022

<https://rolfswelt.de/physik/#lt-die-interpretation-der-lorentz-transformation>

Revision: 1.2.0.2 vom 23.07.2023

copyright ©: alle Rechte vorbehalten, 2022, Rolf Sydow

Die Transformation der weißen Lichtkugel des ungestrichenen Systems wurde nun in das schwarze, gestrichene System überführt. Da die Formeln der von Einstein verwendeten LT benutzt wurden, widerspiegelt die Darstellung (Bild 1) die Verhältnisse nach der SRT. Es zeigt sich die Schwierigkeit, diese Darstellung mit den Mitteln des gesunden Menschenverstandes zu interpretieren. Letztendlich zeigt das Bild 1 die Unumgänglichkeit, die relative Gleichzeitigkeit von Ereignissen zur Interpretation heranzuziehen.

Gedankenexperiment Spiegelkugel

Um die Sache mit der relativen Gleichzeitigkeit zu veranschaulichen, sei hier das Gedankenexperiment mit einer Spiegelkugel herangezogen. Es sei im System S eine Lichtkugel ausgesandt (im Bild 2 weiß dargestellt). Im mit der Relativgeschwindigkeit v dazu bewegten System S' (schwarz) sei eine nach innen spiegelnde Kugel bewegt, deren Mittelpunkt zum Zeitpunkt der Aussendung der Lichtkugel mit dem Ort der Aussendung übereinstimmte.

Nach den Voraussagen der Relativitätstheorie, sollte die Lichtkugel in der Spiegelkugel für den mit der Spiegelkugel bewegten Beobachter gleichzeitig an allen Stellen reflektiert werden. Der Grund dafür ist darin zu sehen, dass nach dem Relativitätsprinzip kein Beobachter eines Koordinatensystems seinen Bewegungszustand erkennen darf. Wenn also die Ausbreitung des Lichts in jedem Koordinatensystem mit derselben Geschwindigkeit und in alle Richtungen stattfindet und die Lichtausbreitung unabhängig vom Bewegungszustand des Emittenten ist, dann muss die Reflexion der Lichtkugel auch unabhängig vom Bewegungszustand des Empfängers gleichzeitig den Rand jeder Spiegelkugel erreichen.

Dass die in der Spiegelkugel reflektierten Lichtsignale weder gleichzeitig am Rand der Spiegelkugel noch im Koordinatenursprung des bewegten Koordinatensystems ankommen, ist mit den Mitteln der klassischen Physik Newton leicht einzusehen. Über die klassische Addition der Geschwindigkeiten ergibt sich keine Lösung dafür, dass das sich kugelförmig ausbreitende Testmedium (hier das Licht) die bewegte Spiegelkugel an allen Stellen gleichzeitig treffen würde. Insbesondere gilt diese Erkenntnis, wenn man nicht Licht als Testmedium nähme, sondern beispielsweise kleine Gummikugeln zur Durchführung des Experiments benutzte.

Es leiten sich somit zwei Fragen nach der Gleichzeitigkeit ab. Die eine ist die Betrachtung des Weges bis hin zur Spiegelkugel. Die aus der zugehörigen Laufzeit abgeleitete Geschwindigkeit wird die Einweg-(Licht)-Geschwindigkeit genannt. Im Gegensatz dazu wird als Zweiweg-(Licht)-Geschwindigkeit diese benannt, die sich aus dem zweimaligen Durchlauf des Weges zur Spiegelkugel und zurück in der zugehörigen Zeit berechnet.

im klassischen Fall

Das Experiment ist einfach beschrieben. Eine Spiegelkugel, die im Bild 2 hellgrau dargestellt ist, bewege sich mit der Geschwindigkeit v entlang der Abszisse. Im Weiteren wird sie dem bewegten Koordinatensystem zugeordnet. Der im Zentrum der Spiegelkugel positionierte Beobachter ist insofern der bewegte Beobachter. Sie wird in regelmäßigen

Zeitsprünge t_0 bis t_7 erneut dargestellt, um den zeitlichen Verlauf ihrer Position zu markieren.

Die Bezeichnung „ruhen“ und „bewegt“ sind willkürliche Festlegungen und bedeuten eine auf ein beliebiges Koordinatensystem festgelegte Relation.

Zum Zeitpunkt t_0 wird im Zentrum der Spiegelkugel eine Lichtkugel initiiert. Die Lichtkugel sei in einem ruhenden Koordinatensystem initiiert. Deren Ausbreitung findet mit Lichtgeschwindigkeit c statt. In gleichen zeitlichen Abständen von t_1 bis t_5 wird sie durch dicke schwarze Kreisbögen im Bild 2 dargestellt.

Markiert man sich die Schnittpunkte der Spiegelkugel mit den Kreisbögen der Lichtkugel zu denselben Zeitpunkten, erhält man die Kurve der Reflexionspunkte. An diesen Stellen findet die Reflexion ganz offensichtlich zu unterschiedlichen Zeitpunkten statt. Damit ist nach klassischer Betrachtung eine Konstanz der Einweg-Lichtgeschwindigkeit durch den bewegten Beobachter in der Spiegelkugel ausgeschlossen.

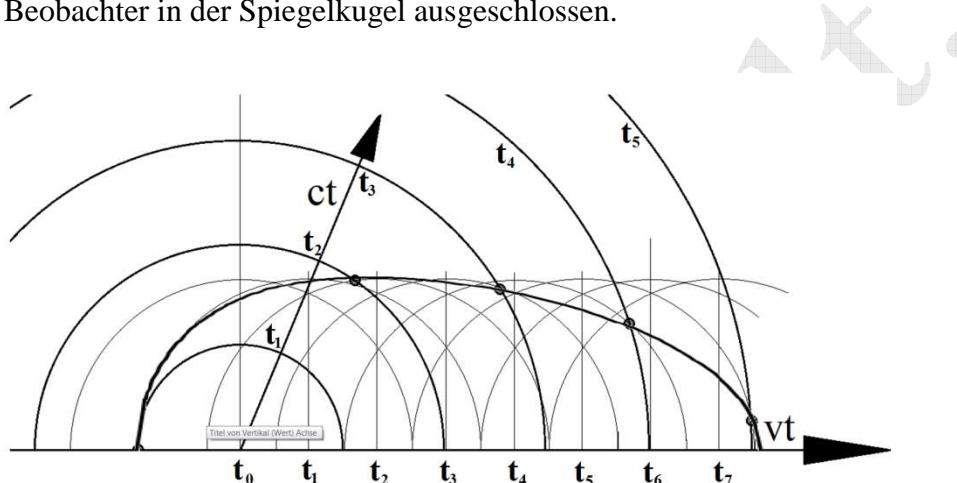


Bild 2: Gedankenexperiment Spiegelkugel

Sollte diese geometrische Betrachtung des Problems nicht ausreichen, lässt sie sich auch analytisch bewerkstelligen. Dazu abstrahiert man die Skizze in Bild 2 auf den Zustand zu einem konkreten Zeitpunkt. Dieser Zustand ist im Bild 3 dargestellt:

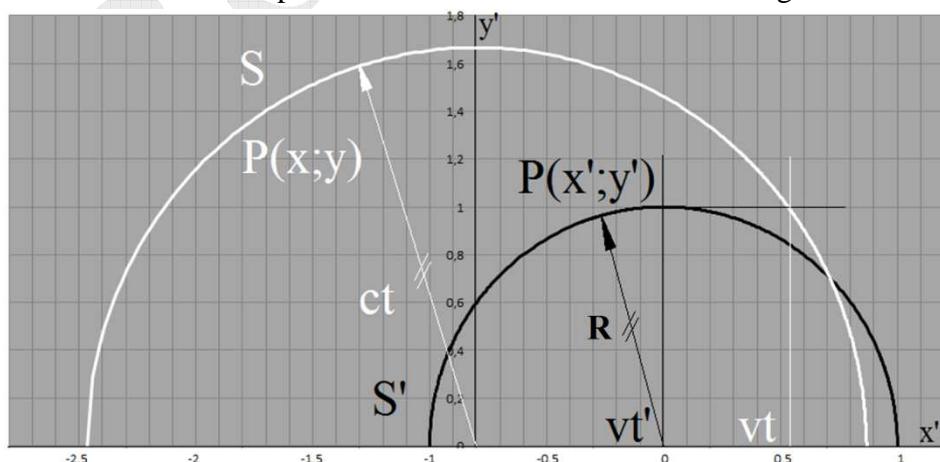


Bild 3: Schnittlinie der Lichtkugel mit einer Spiegelkugel zum Zeitpunkt $t = t'$

Wie im Bild 3 dargestellt sei die Lichtkugel durch den weißen Kreis des Radius ct dargestellt. Der Radius ändert sich also mit der Zeit t . Die Spiegelkugel des bewegten Systems ist durch den schwarzen Kreis repräsentiert und habe den konstanten Radius R . Sie bewegt sich mit der Relativgeschwindigkeit v entlang der Abszisse.

Zur Bestimmung der Schnittlinie der beiden Kugeln genügt es, den Schnittpunkt der im Bild 3 dargestellten Kreise zu bestimmen.

Der erste (weiße) Kreis ist zu beschreiben mit:

$$x^2 + y^2 = (ct)^2 \quad \text{Gl. 21}$$

Wobei der zweite (schwarze) Kreis der Gleichung Gl. 22 genügt:

$$(x - vt)^2 + y^2 = R^2 \quad \text{Gl. 22}$$

Zur Ermittlung der Schnittpunkte beider Kreise, sind diese in y gleichzusetzen und es folgt:

$$(x - vt)^2 - R^2 = x^2 - (ct)^2 \quad \text{Gl. 23}$$

Woraus sich x als Funktion der Zeit explizit darstellen lässt:

$$x^2 - 2xvt + (vt)^2 - R^2 = x^2 - (ct)^2 \quad \text{Gl. 24}$$

$$-2xvt = R^2 - t^2(c^2 + v^2) \quad \text{Gl. 25}$$

$$x = \frac{t^2(c^2 + v^2) - R^2}{2vt} \quad \text{Gl. 26}$$

Die zugehörigen y -Werte leiten sich aus der Gleichung Gl. 21 ab:

$$y = \sqrt{(ct)^2 - x^2} \quad \text{Gl. 27}$$

Daraus für y eine explizite Funktion in t zu ermitteln ist möglich, indem die Gleichung für x (Gl. 26) in die Gleichung Gl. 27 eingefügt wird. Zur Darstellung der Funktion kann man sich weitere Rechnerei ersparen, wenn man beide Werte ($x=f(t)$; $y=f(x,t)$) in Excel berechnet und dann im Koordinatensystem darstellt:

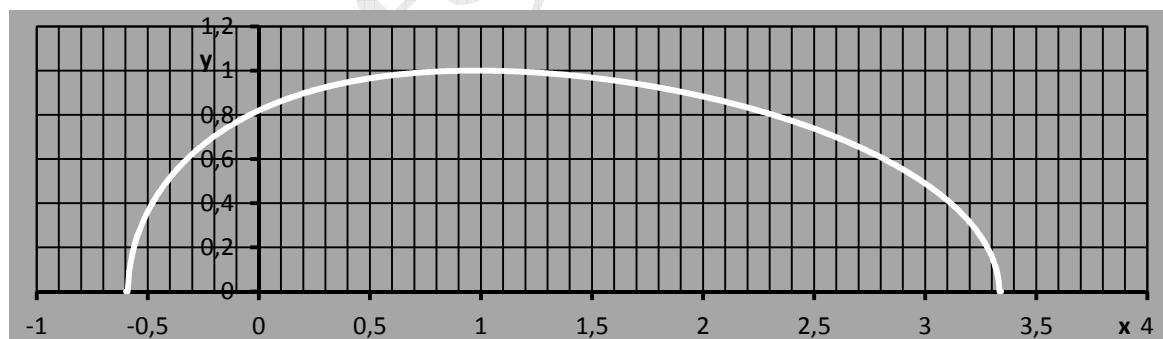


Bild 4: Orte der Schnittpunkte einer bewegten Kugel konstanten Radius‘ mit einer Lichtkugel nach klassischer Betrachtungsweise für $R = 1$ und $v = 0,7c$

Die in Bild 4 gezeigte Funktion ergibt sich für den als ‚ruhend‘ bezeichneten Beobachter, der im Zentrum der Lichtkugel verharret. Interessanter Weise würde sich diese Funktion der Reflexionspunkte für den in der Spiegelkugel mitbewegten Beobachter als Kugel darstellen (vgl. Anl. 1). Das ist dem Umstand geschuldet, dass der ‚bewegte‘ Beobachter die Lichtreflexionen auch grundsätzlich vom Rand der Spiegelkugel erhält.

Auf den mathematischen Beweis, dass die Rückführung der Reflexionen des Lichts in der Spiegelkugel zur Berechnung der Zweiweg-Lichtgeschwindigkeit zu keinem sinnvollen Ergebnis führt, wird hier verzichtet. Dazu wird auf [Syd] S. 128 ff verwiesen, wo aufgezeigt wird, dass die einzige Lösung einer Spiegelform zur Rückführung der Reflexionen gleichzeitig und in den Koordinatenursprung des Spiegels ein Rotationsellipsoid ist. Damit folgt, dass die Spiegelkugel bei einer Relativgeschwindigkeit wie oben beschrieben, diese Eigenschaft nicht haben wird.

Lorentz-korrigiert

In der obigen Untersuchung wurde nach klassischer Art davon ausgegangen, dass Längen und Zeitspannen in jedem Koordinatensystem identisch zu bewerten sind. Längenkontraktion und Zeitdilatation waren Begriffe, die zur Zeit Newtons keine Bedeutung hatten.

Wenn der eben beschriebene Versuch das Ergebnis entsprechend Bild 4 haben sollte, dann müsste dieses Ergebnis auch nachweisbar sein. Das Michelson-Morley-Experiment (siehe [Mic]) hätte herausfinden müssen, dass die Reflexionen von Licht aus unterschiedlichen Richtungen zu unterschiedlichen Zeiten zum Beobachtungsort zurückkommen müssten. Da das aber nicht wirklich beobachtet werden konnte, sah sich Lorentz veranlasst, die Gleichung der Längenkontraktion anzuwenden.

Die Versuche von Miller (siehe [Mil]) werden hier diskutiert.

Die Anwendung der Längenkontraktion beschrieb Lorentz in [Lor] mit der Gleichung Gl. 24 seiner Schrift. Damit erreichte er, dass die Reflexionen einer Lichtkugel nach der Reflexion in der Spiegelkugel allesamt in einem Punkt und zur selben Zeit ankamen. Der entsprechende Rechenweg ist in [Syd] Anl. 6 S. 128 ff ausführlich dargelegt.

Damit wird die Spiegelkugel, die als solche im System des Mitbewegten wahrgenommen wird, im System des ‚ruhenden‘ Beobachters die Form des Rotationsellipsoids mit der durch den Wurzelausdruck verkürzten großen Halbachse (vgl. [Lor] Gl. 24; [Ein] S. 903).

$$\frac{x^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} + y^2 = R^2 \quad \text{Gl. 28}$$

Um die Kurve der Spiegelpunkte für den Fall des längenkontraktierten Raumes zu ermitteln, muss die Gleichung Gl. 26 ebenfalls der Kontraktion unterworfen werden. Dazu wird die Transformationsgleichung für die x-Komponente aus der Lorentz-Transformation (Gl. 1) unter Zuhilfenahme der Gleichung der Spiegelpunkte Gl. 26 benutzt:

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \left(\frac{t^2(c^2+v^2)-R^2}{2vt} - vt \right) \quad \text{Gl. 29}$$

Die Vereinfachung dieser Gleichung führt zu:

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \left(\frac{t^2(c^2+v^2)-R^2-2v^2t^2}{2vt} \right) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \left(\frac{t^2(c^2-v^2)-R^2}{2vt} \right) \quad \text{Gl. 30}$$

$$x' = \frac{c^2 t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{2v} - \frac{R^2}{2vt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Gl. 31

Die y-Komponente bleibt nach den Gesetzmäßigkeiten der Lorentz-Transformation erhalten.

Die Analyse der so erhaltenen Gleichungen mittels Excel ergibt das folgende Bild:

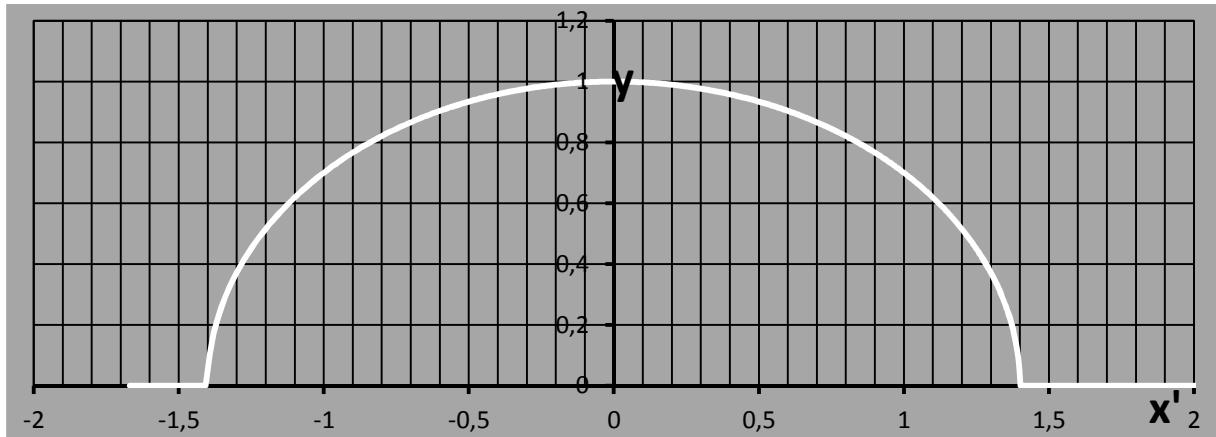


Bild 5: Orte der Schnittpunkte einer bewegten Kugel konstanten Radius‘ mit einer Lichtkugel unter Einrechnung der lorentzschen Längenkontraktion für $R = 1$ und $v = 0,7c$

Die Darstellung (Bild 5) bezieht sich auf das Koordinatensystem des mit dem Spiegelellipsoid mitbewegten Beobachters. Es war ja gerade der Hintergrund der Rechnerei (Gleichungen Gl. 29 bis Gl. 31), die Spiegelpunkte in das ‚bewegte‘ Koordinatensystem zu überführen. Der Beobachter im ‚ruhenden‘ System sollte nichts anderes sehen, als im klassischen Fall.

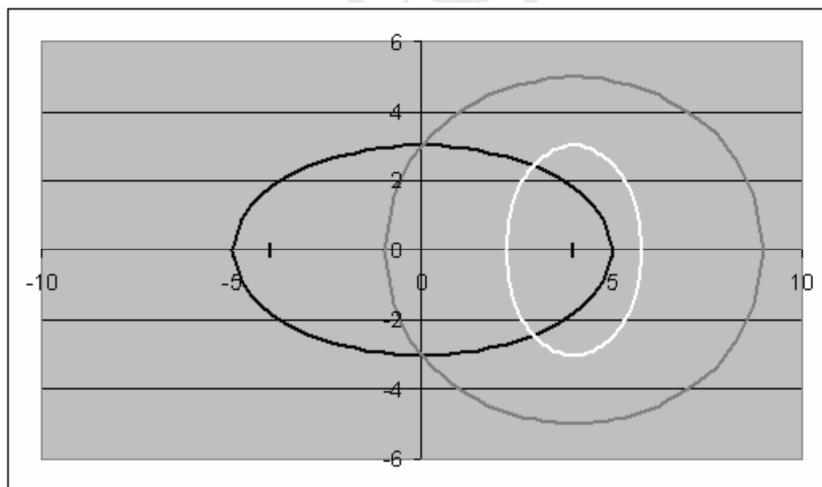


Bild 6: Darstellung der Spiegelpunkte (schwarze Ellipse) ([Syd] S. 133)

Die Situation ist in Bild 6 genauer dargestellt. Während dort der graue Kreis die Lichtkugel zu einem bestimmten Zeitpunkt t widerspiegelt, deutet die schwarze Ellipse das Rotationsellipsoid der Reflexionspunkte in der Spiegelkugel des ‚bewegten‘ Beobachters (siehe Bild 5) an.



Die weiße Ellipse im Bild 6 ist der Umriss der Spiegelkugel im längenkontrahierten Raum (siehe Gleichung Gl. 28).

relativistische Betrachtung

Ausgangspunkt für Einstein war das Relativitätsprinzip. Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit sei hier vorausgesetzt.

Das bedeutete die Ununterscheidbarkeit der Koordinatensysteme.

Deshalb konnte sich Einstein mit der Längenkontraktion von Lorentz nicht zufrieden geben. Dort ergaben sich Ellipsoide, wo aus anderer Sicht eine Kugel gesehen wurde. Die Kugel erwarb den Status der absoluten Ruhe. Das war für Lorentz nicht nur akzeptabel, sondern sogar sehr wünschenswert. Er konnte mit dieser Darstellung den Äther als ruhendes Medium begründen.

Für Einstein hingegen war diese Darstellung keine Option. Er wagte die Erweiterung der Theorie um die Zeitdilatation.

Damit gelang ihm die Transformation der Lichtkugel in jedes beliebige nicht beschleunigte Koordinatensystem (siehe [Ein] S. 901; vgl. [Syd] S. 121 ff.)

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \rightarrow x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \quad \text{Gl. 32}$$

Daraus leitet sich der Gedanke ab, dass genauso, wie im klassischen Fall die Reflexionen für den mit der Spiegelkugel bewegten Beobachter immer vom Rand der Spiegelkugel kommen müssen, auch nun die Reflexionen für ihn vom Rand einer Kugel zu ihm kommen. Die sich stellende Frage ist, wie der Einfluss der Zeitdilatation sich hier auf die Längenkontraktion auswirkt. Um diese Frage zu beantworten, wird von einem Ansatz ausgegangen, der sich gedanklich aus der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit ableitet:
Eine langsamere Uhr führt zu einem längeren Weg bei gleicher Geschwindigkeit!

Diesen Gedanken in eine Formel umzusetzen, bedeutet, die Gleichung der Spiegelorte aus der von Lorentz durchgeführten Transformation (Gl. 31) mit dem Relativitätskoeffizienten k zu multiplizieren:

$$x'(t') = kx'(t) \quad \text{Gl. 33}$$

Es folgt:

$$x'(t') = \left[\frac{c^2 t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{2v} - \frac{R^2}{2vt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right] \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{c^2 t}{2v} - \frac{R^2}{2vt \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} \quad \text{Gl. 34}$$

Diese Gleichung (Gl. 34) ist mit der Gleichung für y (Gl. 27) aus der klassischen Betrachtung zu kombinieren, da sich ja das y durch nichts ändern darf.

In der Folge ergibt sich erwartungsgemäß nach Gleichung Gl. 32 ein Kreis der Spiegelpunkte auch für den 'bewegten' Beobachter.

Mit dieser Transformation sollte erreicht sein, dass der in der Spiegelkugel befindliche Beobachter die Reflexionen tatsächlich gleichzeitig und im Mittelpunkt der Kugel empfangen wird.

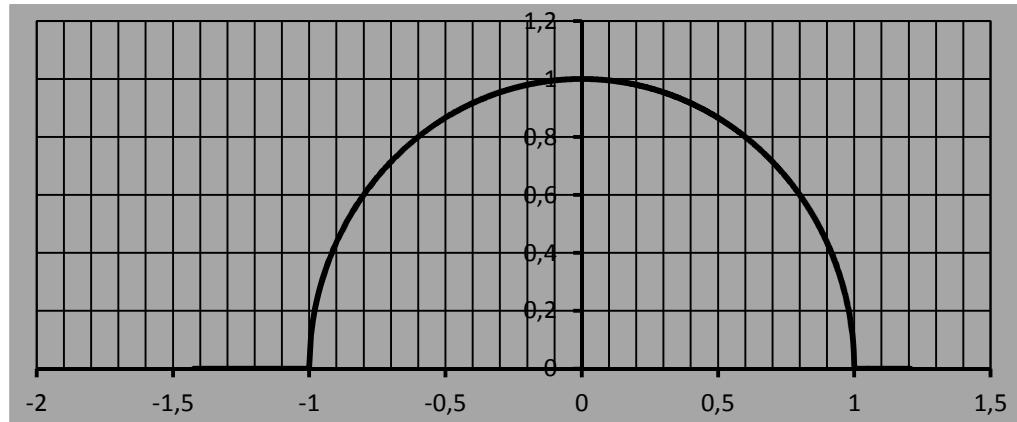


Bild 7: Spiegelpunkte nach relativistischer Betrachtung ($R = 1$; $v = 0,7c$)

Wie das zu interpretieren ist, wird im folgenden Punkt diskutiert.

Diskussion der Spiegelpunkte

Das Gedankenexperiment mit den Spiegelpunkten (siehe Bild 2) geht etwas weiter, als es Einstein in seiner Veröffentlichung von 1905 ([Ein]) tat. Während Einstein ausschließlich nachwies, dass eine Lichtkugel in jedem Koordinatensystem eine Lichtkugel bleibt, wird hier der Frage nachgegangen, wie sich diese Transformation auf die Reflexionen der Lichtkugel in bewegten Spiegeln auswirkt.

Letztendlich wird jeder Versuch des Nachweises der raumzeitlichen Position einer Lichtkugel auf Reflexionsversuche hinauslaufen. Schließlich ist ausgesendetes Licht vom Sender nicht registrierbar, bevor es zu ihm zurückgeworfen wird. Insofern waren die Versuche von Michelson ([Mic]) und spätere ebensolche Reflexionsversuche.

Die Frage nach der Einweg- und der Zweiweg-Lichtgeschwindigkeit konnte dabei nicht explizit beantwortet werden. Das wäre ein Ansatz für weitere Untersuchungen.

Was gezeigt wurde, ist der Unterschied in der Interpretation des Versuchs nach verschiedenen physikalischen Theorien.

Das Bild 8 zeigt in einer Zusammenstellung die Ergebnisse dieser Interpretationen. Während bei klassischer Betrachtungsweise (rote Kurve) ein mit den Mitteln des gesunden Menschenverstandes nachvollziehbarer Graph entsteht, ist das bei den anderen Kurven nicht mehr so einfach möglich. Großer Nachteil der roten Kurve ist die Konsequenz, dass eine

Reflexion der Lichtkugel zum Zusammentreffen derselben gleichzeitig und am Ort des Beobachters, nicht zu erwarten ist.

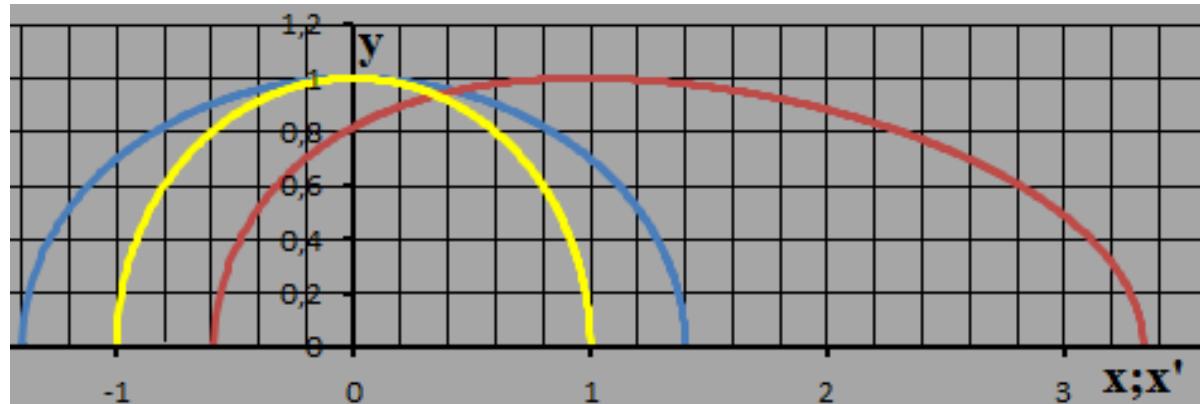


Bild 8: Ergebniszusammenstellung

Gerade das aber ist das Ergebnis der Michelson-Versuche. Hier steht die Praxis vor der Theorie. Wenn also Lorentz in einem ersten Schritt einen Lösungsansatz offerierte, führte das zu einer Ellipsenform (blaue Kurve). Mit Einstein vervollkommnete sich die Theorie und das Ergebnis der Transformation führte zurück auf eine Kugel (gelbe Kurve).

Soweit führte Einstein die Theorie mit der Praxis zu einer Einheit zusammen.

Die Unterscheidbarkeit der Lichtkugel zu einem bestimmten Zeitpunkt für den ‚ruhenden‘ Beobachter zur Spiegelkugel für den ‚bewegten‘ Beobachter ist nicht mehr möglich. Erreicht hatte Einstein das mit Erklärung, dass die Reflexionen der Lichtkugel in der Spiegelkugel, die für den ‚ruhenden‘ Beobachter eindeutig nicht gleichzeitig in der Spiegelkugel stattfinden, für den ‚bewegten‘ Beobachter sehr wohl gleichzeitig erfolgen.

Dieser so schwer nachvollziehbare Gedanke begründet sich simpel damit, dass die Reflexionen nachgewiesener Maßen gleichzeitig beim ‚ruhenden‘ Beobachter ankommen. Damit können sie auch nur gleichzeitig in der Spiegelkugel gleichzeitig reflektiert worden sein.

Es bleiben dennoch einige Fragen offen:

- Die Spiegelkugel hat für den ‚ruhenden‘ Beobachter den Radius $R^2 = x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$. Das ist im Bild 2 angedeutet. Nach der Transformation (siehe Gl. 32) sollte dann dieselbe Kugel für den ‚bewegten‘ Beobachter den Radius $R'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$ haben. Da aber in den Transformationsgleichungen grundsätzlich $y = y'$ (resp. $z = z'$) ist, folgt auch $R = R'$.

Genau das ist dem Bild 8 auch zu entnehmen, dass die Spiegelkugel für den ‚ruhenden‘, als auch für den ‚bewegten‘ Beobachter identisch sind.

Daraus leitet sich die Frage ab, was die Transformation der Lichtkugel bedeutet, wenn sie in den beiden unterschiedlichen Koordinatensystemen zu identischen Ergebnissen

führt.

Man könnte sagen, dass sich damit das Problem gelöst hat, in welchem Koordinatensystem die langsamere Uhr oder die kürzeren Längenmessungen sind. Die Unterscheidbarkeit der Systeme ist unmöglich.

- Wenn die Unterscheidbarkeit also nicht gegeben ist, dann sollten nicht nur die Quantitäten identisch sein, sondern auch qualitative Kriterien müssen übereinstimmen. Solch ein quantitatives Kriterium ist nun aber eindeutig in der gleichzeitigen am Ort des Beobachters eintreffenden Reflexion der gesamten Lichtkugel zu sehen.

Wenn also für den ‚ruhenden‘ Beobachter die Gleichzeitigkeit und Ortsgenauigkeit der Reflexion der Lichtkugel am Ort des ‚bewegten‘ Beobachters nicht gegeben sein kann, sie aber nach der Transformation der Koordinaten in das bewegte System gegeben scheint, dann ist die Bedingung nach der Invarianz der Qualität nicht gegeben.

Nun ist richtig, dass mit Einsteins Herleitung der Lorentz-Transformation unter Einbeziehung der zeitlichen Transformation ein fundamentales mathematisches Gebilde geschaffen wurde. Dieses Gebilde entspricht auch den in entsprechenden Versuchen gemessenen Sachverhalten.

Wenn aber die gerade aufgezeigte Frage nicht beantwortet werden kann, sollte weiter über die Perfektionierung des Modells der SRT nachgedacht werden.



Anlagen

Anlage 1: klassischer Fall der Transformation

Betrachtet man die Ausführungen im Punkt „Gedankenexperiment Spiegelkugel“ „im klassischen Fall“, ist dort die Kurve der Spiegelpunkte berechnet, wie sie sich dem ‚ruhenden‘ Beobachter darstellt, der im Zentrum der emittierten Lichtkugel verbleibt.

Hier soll ermittelt werden, an welchen Stellen die Reflexionen der Spiegelkugel sich für den in dieser Spiegelkugel mitbewegten Beobachter darstellen.

Ausgangspunkt dafür ist der Gedanke, an welchen Positionen x' die Reflexionen im System des bewegten Beobachters stattfinden. Es müssen also die Positionen $x(t)$ der Reflexionen nach $x'(t)$ transformiert werden. Die Transformationsgleichung dazu lautet:

$$x' = x - vt \quad \text{Gl. A1.1}$$

Woraus sich wegen Gl. 26 der Ansatz für x' ergibt:

$$x' = \frac{t^2(c^2+v^2)-R^2}{2vt} - vt = \frac{t^2(c^2+v^2)-R^2-2v^2t^2}{2vt} \quad \text{Gl. A1.2}$$

$$x' = \frac{t^2(c^2-v^2)-R^2}{2vt} \quad \text{Gl. A1.3}$$

Die nun zu ergründende Frage ist, ob die Bedingung für die Reflexion des Lichts in der Spiegelkugel erfüllt ist:

$$y^2 + x'^2 = c^2 t^2 \quad \text{Gl. A1.4}$$

Da sich das y bei der Transformation nicht verändern darf, bleibt es bei dem Wert, der sich auch für den ‚ruhenden‘ Beobachter zeigt:

$$y = \sqrt{(ct)^2 - \left[\frac{t^2(c^2+v^2)-R^2}{2vt} \right]^2} \quad \text{Gl. A1.5}$$

Es folgt der Rechengang:

$$y^2 + x'^2 = c^2 t^2 - \left[\frac{t^2(c^2+v^2)-R^2}{2vt} \right]^2 + \left[\frac{t^2(c^2-v^2)-R^2}{2vt} \right]^2 \quad \text{Gl. A1.6}$$

$$y^2 + x'^2 = c^2 t^2 - \frac{t^4(c^2+v^2)^2 - 2t^2(c^2+v^2)R^2 + R^4}{4v^2 t^2} + \frac{t^4(c^2-v^2)^2 - 2t^2(c^2-v^2)R^2 + R^4}{4v^2 t^2} \quad \text{Gl. A1.7}$$

$$y^2 + x'^2 = c^2 t^2 - \frac{t^4(c^2+v^2)^2 - 4v^2 t^2 R^2 - t^4(c^2-v^2)^2}{4v^2 t^2} \quad \text{Gl. A1.8}$$

$$y^2 + x'^2 = c^2 t^2 - t^2 \frac{c^4 + 2c^2 v^2 + v^4 - c^4 + 2c^2 v^2 - v^4}{4v^2} + R^2 \quad \text{Gl. A1.9}$$

und nach Auflösung der Gleichung ergibt sich:

$$y^2 + x'^2 = R^2 \quad (\text{vgl. Gl. A1.4}) \quad \text{Gl. A1.10}$$

Das Ergebnis war zu erwarten, denn für den bewegten Beobachter werden die Reflexionen der Lichtkugel allemal vom Rand seiner Spiegelkugel zurückgeworfen.



Literatur

- [Ein] Einstein, A.: Zur Elektrodynamik bewegter Körper
Annalen der Physik, Jg. 17, 1905, S. 891-921 Bern Juni 1905
http://www.pro-physik.de/Phy/pdfs/ger_890_921.pdf
- [Lor] Lorentz, H. A.: Versuch einer Theorie der electrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern
E. J. Brill Leiden (Nederland) (1895) read 24.03.2016
https://de.wikisource.org/wiki/Versuch_einer_Theorie_der_electrischen_und_optischen_Erscheinungen_in_bewegten_K%C3%BCrpern
- [Mic] Michelson, A. A.: The relative motion of the Earth and the Luminiferous ether
American Journal of Science 22: 120–129 (USA) (1881) read 19.02.2022
http://faculty.du.ac.ir/shahidi/wp-content/uploads/sites/44/2019/09/Michelson_1881.pdf
- [Mil] Miller, D. C.: The Ether-Drift Experiment and the Determination of the Absolute Motion of the Earth
Reviews of modern Physics Vol 5, S. 203 unbekannt (07/1933) read 12.07.2015
<http://www.anti-relativity.com/Miller1933.pdf>
- [Syd] Sydow, R.: Der jüngere Zwilling, eine wissenschaftlich angehauchte Diskussion
Cuvillier Verlag Göttingen 2014