Frequenzverschiebung aus Zeitdilatation

R. Sydow, Niederfinow (Deutschland)
(2024)

abstrakt: Um die Relativitätstheorie zu beweisen, werden immer wieder Messungen an Lichtwellen durchgeführt, deren Frequenzen sich durch relativistische Einflüsse ändern sollen. Mit diesen ‚Frequenzverschiebungen' wird dann eine Zeitdilatation nachgewiesen, aus der die Richtigkeit der Relativitätstheorie geschlossen wird.

Es wird in diesem Artikel untersucht, inwieweit eine Frequenzänderung mit der Zeitdilatation gleichzusetzen ist. Auch wird die Frage aufgeworfen, ob es überhaupt eine Zeitdilatation geben kann.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungen

ART	allgemeine Relativitätstheorie
DE	Doppler-Effekt
GP-A	Gravitational Redshift Space-Probe A
RT	Relativitätstheorie
SRT	spezielle Relativitätstheorie

Zum Doppler-Effekt

Der Titel dieser Arbeit weist eindeutig darauf hin, worum es in diesem Artikel geht.
Es geht um die Frequenzverschiebung, die sich aus einer Zeitdilatation ergibt. Unterliegt also ein Schwingungsprozess einer Zeitdilatation muss sich auch die Frequenz dieses Prozesses verändern. Sollte also die Zeitdilatation existieren, müsste sie sich in einer Frequenzverschiebung dokumentieren.
Die Frage, der hier nachgegangen wird, ist, ob im Umkehrschluss von einer gemessenen Frequenzverschiebung direkt auf eine Zeitdilatation geschlossen werden kann?

Wenn diese Frage hier aufgeworfen wird, dann ist zu vermuten, dass sie nicht simpel mit ‚ja‘ oder ‚nein‘ zu beantworten ist. Doch das gerade wird scheinbar in den Diskussionen der SRT gemacht. Sie wird dort mit ‚ja‘ beantwortet.
Den Grund dafür gab sicherlich Einstein selbst. In seiner Veröffentlichung von 1905 (siehe [Ein] S. 911) leitete er die Formel für die Frequenzverschiebung des Lichts zwischen relativ bewegter Quelle und Empfänger her. Diese Formel, die Einstein selbst das „Doppelersche [sic] Prinzip für beliebige Geschwindigkeiten“ nannte, stimmt nicht mit der von Doppler gefundenen Formel überein.
Als Grund dafür lässt sich annehmen, dass Doppler strikt von der Ausbreitung der Wellen in einem Medium, dem Äther, ausging (siehe [Dop] S. 8). Einstein hingegen musste die Lichtausbreitung ohne ein Medium und unter Einhaltung des Relativitätsprinzips betrachten.
Während also Doppler die aus der Relativgeschwindigkeit von Quelle und Empfänger resultierende Frequenzverschiebung von Lichtsignalen auf den von ihm angenommenen Ausbreitungsmechanismus des Lichts im Medium schieben konnte, griff Einstein zu dem Hilfsmittel der Zeitdilatation, um solche Frequenzverschiebungen zu begründen.

Betrachtet man nun die Wellenausbreitung unter der Einbeziehung dieser Zeitdilatation, lässt sich zumindest für die Wellenausbreitung in und entgegen der Relativbewegung nachweisen, dass unabhängig von der Ausbreitung der Wellen im Medium oder im Vakuum der Formalismus des DE identisch ist (siehe [Gün] S. 103 ff.). Die Anwendung der RT lässt den Unterschied zwischen der Wellenausbreitung im Medium und im Vakuum verschwinden.
Mit einer solchen Vereinheitlichung der Formeln für die Ausbreitung von Wellen in den unterschiedlichen Medien liegt der Gedanke nahe, dass die Anwendung der RT nur richtig sein kann. Doch vor diesem Schluss sei gewarnt. Der Nachweis, dass dieser Zusammenhang zwischen dem akustischen und dem optischen DE besteht, muss noch für die nichtparallele Ausbreitung der Wellen zur Relativgeschwindigkeit erbracht werden.
Es sei auch darauf hingewiesen, dass das Ruhen von Sender oder Empfänger im Medium beim akustischen DE eine einschränkende Bedingung für die oben getroffene Aussage ist.

Wenn die obigen Ausführungen darauf hinauslaufen, dass die Frequenzverschiebungen aus der Relativgeschwindigkeit v von Quelle und Empfänger mit ein und derselben Formel erfassbar sind, so suggeriert die Zerlegung dieser Formel (siehe Gleichung Gl. 1), dass man die Frequenzverschiebung in Ursachen erster und zweiter Ordnung einteilen kann.

$$f(v) = f\sqrt{\frac{1+\frac{v}{c_0}}{1-\frac{v}{c_0}}} \approx f \cdot \left(1 + \frac{v}{c_0} + \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c_0}\right)^2 + \cdots\right) \qquad \text{Gl. 1}$$

([Hes] s. S. 39; vgl. [Mes] S. 31 Gl. 12.24; und [Ein] S. 904)
In der Gleichung Gl. 1 drücken die linken beiden Terme den DE in seiner allgemeinen Form für die Relativgeschwindigkeit v (mit v → parallel und –v → antiparallel zur Relativbewegung) aus. Dabei ist mit c_0 die Lichtgeschwindigkeit gemeint.
Die rechte Seite der Gleichung Gl. 1 ist der Term, der bei der Taylor-Analyse (siehe [Syd3]) der Doppler-Gleichung entsteht. Dieser Term wird in [Hes] wie folgt interpretiert:
„Nach einer Reihenentwicklung ist der erste Term der s.g. lineare DE. Er hängt vom Vorzeichen der Geschwindigkeit ab. Der zweite Term ist der s.g. quadratische Dopplereffekt [sic]. Er tritt immer auf, unabhängig von der Bewegungsrichtung zwischen Sender und Empfänger und hat seine Ursache allein in der Zeitdilataion [sic]“ ([Hes] S. 39).

Diese Interpretation ist sehr mutig. Gilt doch die Taylor-Analyse hier ausschließlich für Werte $v << c_0$. Das wird plausibel, wenn man den Fall $v = c_0$ betrachtet. Für diesen ergibt sich der DE nach dem Wurzelterm zu $f(v) \rightarrow \infty$, während die Gleichung der Taylor-Analyse lediglich einen Wert von $f(v) = 2{,}5$ ergibt. Der Grund dafür findet sich im Restglied, das in der Gleichung Gl. 1 durch die 3 Punkte angedeutet wird (vgl. [Syd3] S. 8).
Gerade bei den Betrachtungen in der RT, wo mit Relativgeschwindigkeiten gerechnet werden kann, die unwesentlich geringer als die Lichtgeschwindigkeit sind, kann dieses Restglied nicht vernachlässigt werden.
Auch bei Anwendung dieses Polynoms im Bereich der Akustik, wo für c_0 in der Gleichung die Schallgeschwindigkeit anzunehmen ist, wird das Verhältnis von v/c_0 schnell gegen 1 gehen können (wenn es im Überschallbereich nicht sogar größer 1 wird).

Es bleibt also zu schlussfolgern, dass insbesondere bei der Anwendung des DE auf die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen ausschließlich der mittlere Term, der Wurzelausdruck der Gleichung Gl. 1 anzuwenden ist.
Letztlich sind die Wellenausbreitungen in der Akustik und der Optik völlig unterschiedliche physikalische Prozesse. Während die Schallausbreitung als die Bewegung der Bestandteile eines Mediums an dieses Medium gekoppelt ist, so ist die Ausbreitung der elektromagnetischen Welle gerade nicht an ein Medium gebunden und kann auch im Vakuum stattfinden.
Von einer Einführung der Zeitdilatation im Bereich der Akustik ist eher abzusehen. Selbst wenn bei Schallgeschwindigkeiten, die gegen die Lichtgeschwindigkeit gehen können, so würde bei einer Relativgeschwindigkeit v, die gegen die Schallgeschwindigkeit c_0 geht, bei

solchen $c_0 << c$ (c = Vakuumlichtgeschwindigkeit) kein relativistischer Effekt auftreten dürfen.
Gegebenenfalls wäre durch Versuche der akustische DE für solche Fälle zu untersuchen, um die Annahmen von H. Günther ([Gün]) zu verifizieren.

Es geht also hier um die Frage, wie der DE erster und zweiter Ordnung zu bewerten ist.
Den akustischen als den DE erster Ordnung zu bezeichnen, um den optischen DE als den der zweiten Ordnung dagegenzusetzen, ist nach den oben gemachten Aussagen nicht haltbar.
Nun gibt es eine andere Herangehensweise, den DE erster und zweiter Ordnung zu differenzieren. Diese geht von der bereits benannten Formel Einsteins für die Frequenzverschiebung durch die Effekte der RT aus:

$$\nu' = \nu \frac{1-\cos\varphi\frac{v}{V}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{V}\right)^2}}$$ ([Ein] S. 911)[1]. Gl. 2

Diese Gleichung für den optischen DE beruht für ihre Herleitung auf der Anwendung der Lorentz-Transformation. Damit ist anzumerken, dass sich der Geltungsbereich dieser Formel auf die Voraussetzungen der SRT beschränkt.
Aus dieser Formel werden oft die beiden Spezialfälle für $\varphi = 0°$ und $\varphi = 90°$ herausgestellt:

$$\nu'(\varphi = 0°) = \nu \frac{1-\frac{v}{V}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{V}\right)^2}} = \nu \sqrt{\frac{1-\frac{v}{V}}{1+\frac{v}{V}}} \text{ und } \nu'(\varphi = 90°) = \nu \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{V}\right)^2}}.$$ Gl. 3

In [U1] wird nun definiert, dass für kleine Relativgeschwindigkeiten $v << V$ nur die linearen Glieder v/V relevant sind. Deshalb sind das die Frequenzverschiebungen erster Ordnung. Für $\varphi = 90°$ geht hingegen das Glied v/V quadratisch in die Berechnung der Frequenzverschiebung ein. Deshalb handelt es sich hier um die zweite Ordnung des DE.
Die Ordnung des DE in dieser Weise festzulegen, ist höchst ungeschickt. Es suggeriert letztlich, dass der DE erster Ordnung immer eine Rundung ist, während der DE zweiter Ordnung den exakten Wert des DE darstellt. Letztlich sind diese Ausdrücke in Gleichung Gl. 3 nur Spezialfälle der Gleichung Gl. 2. Eine Zerlegung der Gleichung Gl. 2 nach der Taylor-analyse (siehe Anl. 2), zeigt den Eingang des Winkels φ in die Taylor-Zerlegung.

Die Ordnung des DE festzulegen, sollte sich an einem anderen Kriterium festmachen, als an der Form einer Gleichung. Interessant wäre es hierbei, dem Gedanken nachzugeben, dass die Einteilung des DE in solche unterschiedlichen Ordnungen auf unterschiedliche Ursachen für den jeweiligen DE zurückzuführen sein muss.
Tatsächlich findet ein Merkmal, in welchem sich die DE unterscheiden. Der DE erster Ordnung fällt wesentlich größer aus, als der DE zweiter Ordnung. Das ist soweit nicht verwunderlich, da die in den DE eingehende Größe das Verhältnis aus der

[1] In den ersten Veröffentlichungen Einsteins ist v Relativgeschwindigkeit und V ist die Lichtgeschwindigkeit. Später benutzt er dann auch c als Abkürzung für die Lichtgeschwindigkeit

Momentangeschwindigkeit zur Maximalgeschwindigkeit ist. Da dieses Verhältnis immer kleiner 1 sein sollte, ist dessen Quadrat eben noch kleiner.

Ausgangspunkt für einen neuen Gedanken zu den DE unterschiedlicher Ordnung ist die Gleichung Gl. 1 (s. S. 4). Diese Gleichung suggeriert, dass mit diesem Wurzelausdruck, in dem übrigens des Glied v/c nur in linearer Form enthalten ist, beide Effekte (erster und zweiter Ordnung) enthalten sein müssen.

So wird in [Mes] S. 632 der DE erster Ordnung beschrieben mit:

$$\lambda_{\pm} = \frac{c}{\nu_{\pm}} = [\ldots] = \lambda_{\mathrm{Ruhe}}\left(1 \mp \frac{v}{c}\right) \quad \text{([Mes] S. 632)} \qquad \text{Gl. 4}$$

und im gleichen Atemzug wird der DE zweiter Ordnung benannt mit:

$$\nu_{\mathrm{Lab}} \simeq \frac{\nu_{\mathrm{Ruhe}}}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2\right) \quad \text{(ebd.).} \qquad \text{Gl. 5}$$

Abgesehen von den Darstellungen des DE in λ und in ν ist die Ähnlichkeit der relativistischen Koeffizienten auffallend. Sie stimmen mit den in Gleichung Gl. 1 dargestellten Summanden der Taylor-Reihe überein.

Dass hier offensichtlich ein Verständnisfehler vorliegen muss, wurde oben bereits erwähnt.

Also ist ein anderer Ansatz für die Erklärung des DE erster und zweiter Ordnung notwendig. Dieser Ansatz leitet sich aus der Schlussfolgerung ab, dass man der Gleichung Gl. 2 nicht sowohl den DE erster als auch den der zweiten Ordnung erwarten kann. Ein Zerteilen der Gleichung führt zu einer irrigen Interpretation des DE schlechthin.

Die Herleitung dieser Gleichung durch Einstein bezieht sich Insbesondere darauf, dass er die Gegebenheiten der SRT als Voraussetzung des DE heranzog. Es ist also von ihm nirgends gesagt, dass sich mit seiner Formel (Gleichung Gl. 1) mehr als gerade der DE abbilden lässt, der in unbeschleunigten Inertialsystemen registriert wird. Ein Auseinandernehmen dieser Gleichung in den akustischen DE (siehe Gleichung Gl. 4) und weitere Effekte führt zwangsläufig zu Interpretationsfehlern der einsteinschen Gleichung Gl. 1.

Nun stellt sich die Frage, welcher Bedeutung der Ausdruck $v^2/2c^2$ zukommt. Was ist das Besondere an gerade ihm.

Diese Frage beantwortet sich in [Syd5] S. 19 Gl. 41. Dort wird herausgearbeitet, dass sich die Frequenzverschiebung beim freien Fall im Gravitationsfeld eines Himmelskörpers nach genau diesem Ausdruck berechnen lässt. Dieser Ausdruck stellt also keine Rundung für die Berechnung der Frequenzverschiebung dar. Er ergibt sich exakt aus dem Energiegleichgewicht zwischen der potentiellen Energie, die ein Körper beim freien Fall verliert und der kinetischen Energie, die er bei diesem Fallen aufnimmt.

Sicherlich ist es schwer, zu erkennen, dass die Geschwindigkeit v in dem Ausdruck zur Berechnung der Frequenzverschiebung nicht die Ursache für dieselbe ist. Als Ursache ist hier die Geschwindigkeitsänderung zu benennen. Zur Anwendung des benannten Ausdrucks ist also immer eine Beschleunigung erforderlich, die aus der Energieerhaltung einer beschleunigten Bewegung resultiert.

Mit diesem Ansatz für den DE eröffnen sich neue Möglichkeiten für die Interpretation von Frequenzverschiebungen elektromagnetischer Signale. Es lässt sich zusammenfassen:

$f(v) = f\sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}}$ DE erster Ordnung Gl. 6

$f(v) = f\left(1 - \frac{\Delta v^2}{2c^2}\right)$ DE zweiter Ordnung. Gl. 7

Obwohl also in beiden Effekten die Geschwindigkeit v als beeinflussende Größe auftritt, sind die beiden Formeln (Gl. 6 und Gl. 7) für völlig unterschiedliche physikalische Prozesse anzuwenden. Gleichung Gl. 6 gilt so, wie sie Einstein für die Belange der SRT entwickelte ausschließlich für Relativgeschwindigkeiten v zwischen Inertialsystemen. Die Frequenzverschiebung nach Gleichung Gl. 7 findet nur für die aus einer Beschleunigung resultierende Geschwindigkeit Anwendung.
Wie diese beiden Gleichungen zusammenwirken, ist noch zu untersuchen. Dieser Frage wird sich im Abschnitt „Praxisnachweis" gewidmet.

Zur Frequenzverschiebung

Die folgenden Untersuchungen beziehen sich ausschließlich auf elektromagnetische Wellen im Vakuum. Deren Ausbreitungsgeschwindigkeit ist die Lichtgeschwindigkeit c und konstant in jedem Inertialsystem. Einsteins Gesetz von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit habe Gültigkeit. Betrachtet werden Signale, die von einem Sender zu einem Empfänger an einem anderen Ort gesendet werden.

Die Frequenz f ist eine Kenngröße der Schwingung. Sie ist per Definition ein Maß dafür, wie oft eine vollständige Schwingung in einer Zeit T (der Schwingungsdauer) vollführt wird.

$f = \frac{1}{T}$ Gl. 8

Mittels dieser Definition ist die Frequenz untrennbar mit der Zeit verbunden.
Der Gedanke, dass mittels der Frequenzmessung die Zeit gemessen werden kann, ist naheliegend. Schon bei der Pendeluhr findet dieses Prinzip der Zeitmessung ihre Anwendung. Die Entwicklung genauester Uhren geht hin zur Zeitmessung mittels Frequenzkamm (vgl. [Rei]) und kann zeitliche Auflösungen im Bereich von Femtosekunden erreichen (ebd.).
Die Uhr als Frequenzmesser wird benutzt, um direkt Auskunft über den Lauf der Zeit zu erhalten.

Von der geschichtlichen Entwicklung her war der Werdegang allerdings ein anderer. Über die Beobachtung der astronomischen Abläufe der Erdbewegung in Relation zur Sonne wurde

die Zeit definiert. Aus dieser Zeit konnte dann die Frequenz von Schwingungen über die Beziehung nach Gleichung Gl. 8 abgeleitet werden.
Die Erkenntnis, dass es Schwingungen gibt, die wesentlich stabiler in ihrem Ablauf sind, führte zu der Erfindung der Uhr. Die Uhr ist das Messinstrument, mit welchem aus der Zählung von Schwingungen auf abgelaufene Zeitspannen geschlossen werden kann.
Das führt zu einem Kuriosum.
Ist eine Zeitspanne $\Delta t = nT = n/f$ über Anzahl n der Schwingungen einer Uhr mit der Frequenz f gemessen worden, ergibt sich die Frequenz f_{gem} einer zu messenden Schwingung nach der Formel:

$$f_{gem} = \frac{n_{gem}}{t} = \frac{n_{gem}}{n} f \qquad \text{Gl. 9}$$

Diese Formel drückt aus, dass eine gemessene Frequenz f_{gem} sich relativ zur Frequenz f der Uhr verhält, wie deren Verhältnis der Schwingungszahlen bei einem betrachteten Vorgang. Die Zeit t spielt dabei keine Rolle mehr.
Die Zeit ist nun nur noch eine mathematische Zwischengröße. Die Frequenzmessung reduziert sich auf den Vergleich von Schwingungszahlen.

Mit Uhren, die sehr genau sind, sind dann auch Frequenzänderungen messbar.
An dieser Stelle ist mit der Frequenzänderung nicht gemeint, dass man unterschiedlichen Frequenzen messen kann. Es geht mehr darum, dass eine initiierte Schwingung einer bestimmten Frequenz sich in Raum und Zeit[2] ändert. Das bedeutet, dass sich diese Schwingung im Laufe ihrer Ausbreitung in der Frequenz verändert. Ein Empfänger wird also an einem anderen Ort und zu einem anderen Zeitpunkt die Frequenz f_S der Schwingung mit anderer Frequenz f_E wahrnehmen, als der Sender, von dem die Schwingung zu einem früheren Zeitpunkt ausging.
Es gelten die folgenden Konventionen:

Frequenz:	f	$= f_S(t)$ oder $= f_E(t)$
Frequenzänderung:	Δf	$= f_E - f_S$ oder $f_1 = \gamma \cdot f_0$
Frequenzverschiebung:	$\Delta f/f$	$= (f_E - f_S)/f_S = f_E/f_S - 1$
Rotverschiebung	$\Delta f < 0$; $f_E < f_S$	
Blauverschiebung	$\Delta f > 0$; $f_E > f_S$	

Die Ursachen für solche Frequenzänderungen können verschiedene Gründe haben. Diese Gründe werden als DE bezeichnet. Ob die Zeitdilatation ebenfalls ein Grund für Frequenzverschiebungen sein kann, wird im nächsten Punkt erörtert.
Für den DE wurden im vorangegangenen Punkt drei Ursachen aufgezeigt. Die erste ist eine Relativgeschwindigkeit zwischen Sender und Empfänger, wobei sich sowohl Sender als auch Empfänger jeweils in einem Inertialsystem befinden müssen. Die zweite ist ein Potentialunterschied zwischen Sender und Empfänger, der beispielsweise in einem

[2] wenn hier von Raum und Zeit die Rede ist, dann ist das lediglich rhetorisch gemeint

Gravitationsfeld durch unterschiedliche Höhen zwischen Sender und Empfänger auftreten kann. Und die dritte Ursache ist die Änderung der kinetischen Energie von Sender oder Empfänger. Damit ergibt sich die gesamte Frequenzverschiebung eines Signals im Allgemeinen zu:

$$\frac{\Delta f}{f} = 1 - \sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}} + \frac{\Delta\Phi}{c^2} - \frac{\Delta v^2}{2c^2} \qquad \text{Gl. 10}$$

Diese Gleichung ist insofern neu, da sie alle möglichen DE aus der SRT und der ART zusammenführt. Die Operatoren (+) müssen noch diskutiert werden.

Der erste Summand in Gleichung Gl. 10 ist der von Einstein hergeleitete DE für die Frequenzverschiebung in oder gegen die Relativbewegung zwischen Sender und Empfänger. Die Relativbewegung v ist als ursächlich für diesen Effekt anzusehen. Sie verursacht, dass die ausgesendete resp. empfangene Welle gestreckt oder gestaucht wird
Für die Herleitung dieses Teils des DE ist die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit in Inertialsystemen verantwortlich. Die Lorentz-Transformation führt unter Einhaltung des Relativitätsprinzips direkt auf diesen Formalismus.
Dabei gilt für die Festlegung der Operatoren (minus und plus), dass sich im gezeigten Fall der Gleichung Gl. 10 Sender und Empfänger voneinander entfernen. Für die Annäherung von Sender und Empfänger gilt eine negativ anzusetzende Relativgeschwindigkeit v.

Der mittlere Summand hängt vom Potentialunterschied ab, der sich aus der Lage von Sender und Empfänger im Gravitationsfeld ergibt.
Als frequenzverändernde Ursache ist hier die Energie zu sehen, die ein Signal empfängt oder abgibt, wenn es diesen Potentialunterschied absolviert.
Wie der Operator (+) zu bewerten ist, hängt davon ab, ob Energie aufgenommen oder abgegeben wird. Definiert man den absolvierten Potentialunterschied $\Delta\Phi$ als die Differenz des Potentials des Empfängers Φ_E minus dem Potential Sender Φ_S des:

$$\Delta\Phi = \Phi_E - \Phi_S \qquad \text{Gl. 11}$$

gilt der positive Operator (+). Dadurch, dass das Potential mit der Höhe im Gravitationsfeld abnimmt, ergibt sich für einen Sender, der über dem Empfänger sendet, eine Aufnahme von Energie des Signals und dessen Frequenz wird blauverschoben. Befindet sich der Sender unter dem Empfänger des Signals, wird das Signal rotverschoben registriert.

Der letzte Summand ergibt sich aus einer Geschwindigkeitsänderung zwischen Sender und Empfänger. Diese Änderung genügt der Beziehung:

$$\Delta v^2 = v^2 - v_0^2 \quad \text{(siehe [Syd5] S. 6 Gl. 10)} \qquad \text{Gl. 12}$$

Somit ist hier die Ursache, die eine Frequenzverschiebung verursacht, eine andere als die reine Relativgeschwindigkeit von Inertialsystemen. So, wie aus der Überbrückung eines

Potentialunterschieds des Signals eine Frequenzänderung erwächst, wird sich aus der Änderung der kinetischen Energie ebenfalls eine solche ableiten.
Doch wie wirkt sich diese Ursache auf die Frequenzverschiebung aus?
Der geschulte Leser wird sofort annehmen, dass bei einer Entfernung des Senders vom Empfänger eine Rotverschiebung zu erwarten ist, während dessen Annäherung zu einer Blauverschiebung führen muss. Damit wäre jedenfalls zu rechnen, wenn die Relativgeschwindigkeit als Ursache für die Frequenzverschiebung aufträte. Doch diese wurde in der Formel Gl. 10 mit dem ersten Summanden bereits erfasst.
Geht man davon aus, dass es die Beschleunigung ist, die die Änderung der kinetischen Energie hervorruft, dann bleibt festzustellen, dass diese Beschleunigung immer zum Mittelpunkt des die Gravitation erzeugenden Himmelskörpers gerichtet ist. Diese Gerichtetheit wird dann eine Rotverschiebung hervorrufen.
Ohne es als Beweis auffassen zu wollen, wird von dem einsteinschen Prinzip der ART ausgegangen, dass die Zeit in Feldern hoher Gravitation langsamer gehen muss. Damit ist die Parallele gezogen, dass Zeit und Frequenz, sowie Gravitation und Beschleunigung äquivalent sind.
Es ist schlussendlich festzustellen, dass der Operand vor dem dritten Summanden wegen dieser Rotverschiebung ein Minuszeichen sein muss.

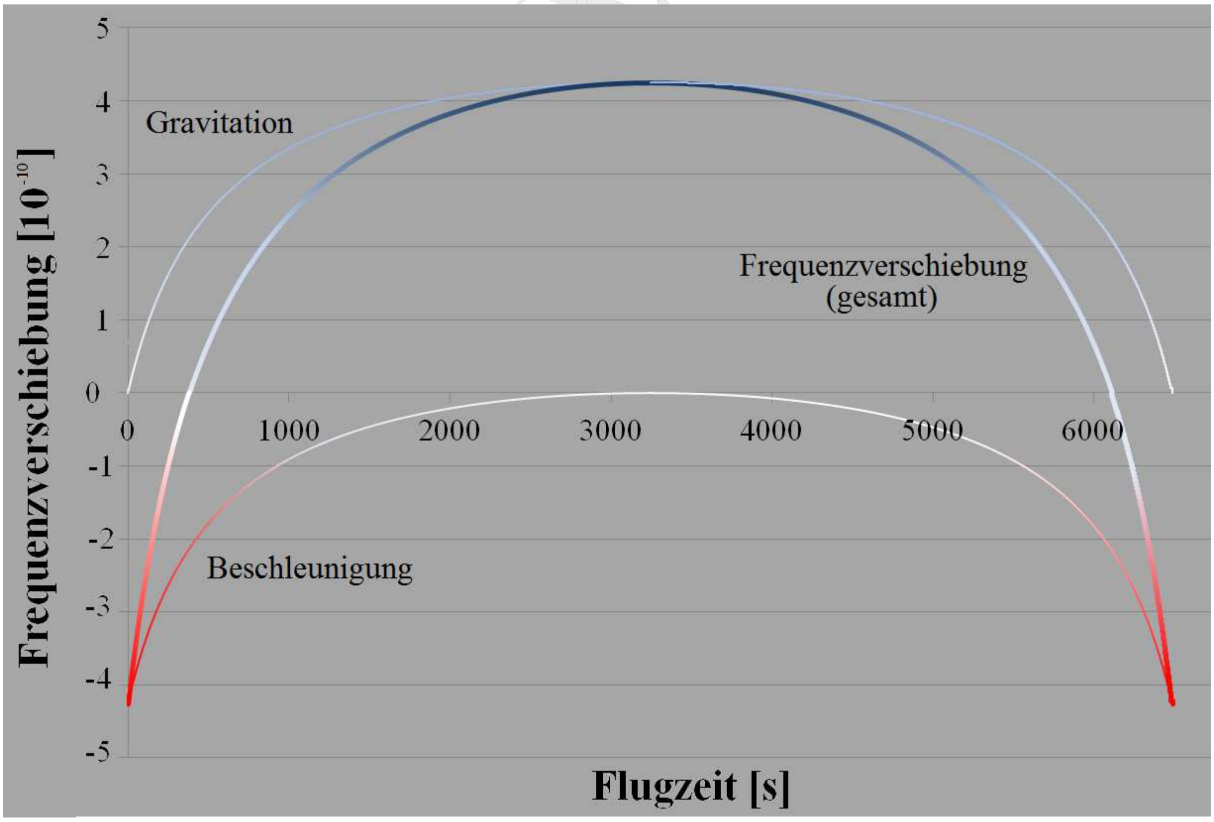

Bild 1: Überlagerung von Frequenzverschiebungen aus Gravitation und Beschleunigung am Beispiel des Experiments von Vessot ([Ves])

Die Zeit und ihre Dilatation

Dass die Frequenz sehr eng mit der Zeit zusammenhängt, zeigt die Gleichung Gl. 2. Ihr Zusammenhang ist ein reziproker. Somit kann man nicht sagen, dass sie etwas Identisches sind. Dennoch beziehen sich beide Größen auf den Vorgang der Schwingung.
Während eine Zeitdauer Δt als die Zeitspanne anzusehen ist, in welcher eine bestimmte Anzahl von Schwingungen (vgl. [Syd4] S. 12 Gl. 1b) absolviert wird, ergibt sich die Frequenz als die Anzahl dieser Schwingungen während der betrachteten Zeitdauer.
Wie in Gleichung Gl. 3 (s. S. 6) gezeigt wurde, ist die Frequenz dabei ein Vergleichsmaß, das durch die Anzahl unterschiedlicher Schwingungen in einem Zeitabschnitt gekennzeichnet ist. Die Bestimmung des Zeitabschnitts spielt dabei keine Rolle mehr.

Insofern ist zu konstatieren, dass es gar keine Messung von Zeitspannen gibt. Alles, was hinsichtlich der Zeitbestimmung unternommen wird, sind Zählungen von Schwingungsvorgängen. Die Festlegung von Zeitdauern ist lediglich der Vergleich dieser Schwingungen mit einer Schwingung, die als ein Standard für die Zeitmessung festgelegt wurde.
Aus diesem Verfahren abzuleiten, die Zeit gemessen zu haben, ist abstrus.
Es muss vielmehr konstatiert werden, dass es die Zeit gar nicht gibt. Der Zeit ist im physikalischen Sinn keine Existenz beizumessen (vgl. [Syd4]).

Betrachtet man den Schwingungsvorgang einer elektromagnetischen Welle, ist deren Frequenz vom Energiegehalt der Welle abhängig:

$$E = hf \qquad \text{Gl. 13}$$

Die Energie E der Welle ist das Produkt aus dem planckschen Wirkungsquantum h und der Frequenz f der Welle. Findet man also die Energie, die zur Erzeugung dieser Welle aufgebracht werden musste, hat man auch sofort die Frequenz der Welle, mit der sie sich ausbreitet.
Betrachtet man also die Frequenz als die reziproke Schwingungsdauer 1/T und eine Zeitspanne Δt als n Schwingungsdauern, ergibt sich eine Zeitdauer Δt:

$$\Delta t = nT = \frac{n}{f} = n\frac{h}{E} \qquad \text{Gl. 14}$$

Diese Gleichung Gl. 14 lässt sich nun auch so interpretieren, dass die Zeitspanne für n Schwingungen der elektromagnetischen Welle vom Energiegehalt der Welle abhängt. Die Zeit hätte damit einen direkten Bezug zur Energie der Welle. Mathematisch ausgedrückt hieße das: $\Delta t = f(E)$.

Der daraus zu ziehende Schluss ist in erster Instanz, dass die Zeit kein Absolutum sein kann. In zweiter Instanz lässt sich weiter schlussfolgern, dass die Zeit nur in Zeitdifferenzen erfassbar ist. Und letztlich geht die Schlussfolgerung dann soweit, dass man der Zeit als eine Funktion der Energie keine eigenständige Existenz zuerkennen kann (siehe [Syd4] S. 14 f.).

Misst man der Zeit insofern keine Existenz zu, verbietet sich auch der Gedanke an die Zeitdilatation. Etwas, was nicht existiert, sollte sich auch nicht dehnen oder verkürzen können.
Die Zeitdilatation in ihrem heutigen Verständnis ist ein Vergleich von Zeitspannen. Dabei wird der Lauf von Uhren unterschiedlicher Exposition verglichen.
Man vergleicht also in der SRT den Lauf einer relativ bewegten Uhr mit dem Lauf der beim Beobachter befindlichen Uhr. In der ART befinden sich die Uhren an Orten unterschiedlicher Gravitationspotentiale.

Die oben herausgearbeitete Erkenntnis, dass unterschiedlich ausfallende Schwingungsdauern einer Schwingung vom Energiegehalt der Schwingung abhängen, führt augenblicklich zu dem Umkehrschluss, dass die Veränderung der Schwingungsdauer und damit der Frequenz einer Schwingung auf die Änderung des Energiegehalts der Schwingung zurückzuführen ist.
Doch die eigentliche Frage ist, ob man von solchen Frequenzänderungen auf eine Zeitdilatation schließen kann oder ob man diese Frequenzänderung nicht einfach als das nehmen muss, was sie ist: eine Energieänderung.

Im Bereich der SRT, wo nur Inertialsysteme betrachtet werden und die Frequenzänderung sich ausschließlich aus der Relativgeschwindigkeit von Sender und Empfänger erklärt, lässt sich der DE direkt aus der Zeitdilatation ableiten. Wie in [Syd2] S. 32 f. gezeigt, sind die Gleichungen der Lorentz-Transformation in den DE überführbar.
Auch hat Einstein ([Ein] S. 911), wie bereits oben erwähnt, direkt aus der Lorentz-Transformation eine Frequenzverschiebung abgeleitet.
Der Gedanke, dass die Frequenzverschiebung in der SRT auf die Zeitdilatation zurückzuführen ist, liegt nahe. Wenn also beide physikalischen Effekte (Zeitdilatation und Frequenzverschiebung) mit derselben Formel zu beschreiben sind, dann müssen sie sich doch gegenseitig bedingen.
Und doch gibt es da einen wesentlichen Haken. Im Rahmen der SRT wird ausschließlich von einer Zeitdilatation gesprochen. Es gibt also ausschließlich die Zeitdehnung. Eine Zeitkontraktion ist in der SRT nicht vorgesehen, weil die Relativgeschwindigkeit in die Darstellung der Zeitrelationen quadratisch eingeht. Damit gibt es keinen Rückschluss von einer Blauverschiebung auf eine Zeitdilatation. Solchen Rückschluss könnte es theoretisch nur von einer Rotverschiebung geben.
Im Übrigen wird beim akustischen DE keinesfalls von einer Zeitdilatation als dessen Ursache gesprochen. Da ist es eben lediglich der Ausbreitungsmechanismus der Wellen in ihrem Ausbreitungsmedium, der den DE erklärt.

Beleuchtet man diese Frage aus der Sicht der ART, gestaltet sich deren Antwort eindeutiger. Resultiert die Frequenzverschiebung wegen der Energieerhaltung zwingend aus der Differenz von Potentialunterschieden (siehe Gleichung Gl. 10 S. 9; mittlerer Summand der rechten Seite), so führt eine solche Annahme für die Zeitdilatation zu fehlerhaften Ergebnissen (vgl. [Syd1] S. 9 ff.).
Interessant ist dabei, dass der Ansatz für die Zeitdilatation im Gravitationsfeld:

$$\mathrm{dt} = \frac{\mathrm{d}\tau}{\sqrt{1+\frac{2\Phi}{c^2}}}$$ (vgl. [Fli] S. 61)[3] Gl. 15

durch die Umschreibung mittels Taylor-Reihe (siehe [Syd3]) zu:

$$\mathrm{dt} \approx \mathrm{d}\tau\left(1-\frac{\Phi}{c^2}\right)$$ ([Syd1] S. 4)[4] Gl. 16

wird und sich damit die genaue Form der Frequenzverschiebung nach Gleichung Gl. 10 ergibt.

Und dennoch stellt diese Formel einen Unterschied für die Frequenzverschiebung und die Zeitdilatation dar.
Für die Frequenzverschiebung spielt es keine Rolle, an welcher Stelle sie welchen Wert annimmt. Ein jeder Beobachter wird die Frequenzverschiebung einer elektromagnetischen Welle nach der Energieänderung erkennen, der die Welle beim Durchschreiten eines Gravitationsfeldes unterliegt. Mit welcher Uhr diese Frequenzverschiebung gemessen wird, ist dabei unerheblich, da sich die Frequenzverschiebung in einem Verhältnis von Schwingungen ausdrückt (vgl. Gl. 9 S. 8).
Bei der Betrachtung der Zeitdilatation hingegen besteht deren Analyse in der Auswertung der Anzeige von Uhren. Und der Gang dieser Uhren ist eindeutig. Er hängt von dem Gravitationspotential ab, in welchem sich die Uhr aufhält.
Bei ihrer Analyse hingegen werden die Differenzen von Potentialen ausgewertet und diese Differenzen und die sich aus diesen Differenzen ergebenden Zeitdilatationen nach der oben genannten Gleichung Gl. 16 sind für die Gravitationsfelder von Himmelskörpern nicht linear.
Damit werden sich die Zeitdilatationen für die absolut und unabhängig voneinander gehenden Uhren von jedem Standpunkt im Gravitationsfeld unterschiedlich darstellen (vgl. Anl. 1).

Im Übrigen sollte die Anwendung von identischen Formeln auf die Frequenzverschiebung und die Zeitdilatation sehr verwundern. Stehen diese beiden Größen nicht in einem reziproken Verhältnis zueinander? So wäre doch zu erwarten, dass dieses reziproke Verhältnis in die Formeln entsprechend mit eingeht.

[3] Man beachte, dass das Φ eine Potentialdifferenz ΔΦ darstellt.
[4] siehe Fußnote 3

Praxisnachweis

Die im Abschnitt ‚Zum Doppler-Effekt' gemachten Festlegungen zum DE erster und zweiter Ordnung sowie die im Abschnitt ‚Zur Frequenzverschiebung' entwickelte Gleichung Gl. 10 sind weitergehende Aussagen zur Interpretation der RT. Sie werfen ein völlig anderes Licht auf die Interpretation der Effekte der RT.
Darin ist neu, dass sich eine Frequenzänderung elektromagnetischer Wellen als die Summe der auf sie einwirkenden Ursachen darstellt. Diese Ursachen sind die Relativgeschwindigkeit v, Eine Potentialdifferenz $\Delta\Phi$ und eine sich aus der Änderung der kinetischen Energie ergebende Beschleunigung, die durch die Geschwindigkeitsänderung Δv repräsentiert wird.
Im Gegensatz zur herkömmlichen Interpretation der relativistischen Effekte ist an dieser Erkenntnis anders, dass der Einwirkung einer Beschleunigung auf die elektromagnetische Welle ebenso eine frequenzverschiebende Bedeutung zukommt, wie es die Relativgeschwindigkeit tut.

Mit dieser Erkenntnis ist bis hier nur eine theoretische Vermutung geäußert. Sie mag logisch klingen und begründet sein. Aber lässt sie sich auch nachweisen?
Die Erkenntnis schreit nach einer praktischen Bestätigung. Und wie der Zufall es so will, gibt es einen geeigneten Versuch, der bereits 1976 durchgeführt wurde. Es ist das GP-A-Experiment, das R. F. C. Vessot mit seinem Team durchführte.
Dieses Experiment ([Ves]) ist einfach erklärt. Es wurde eine Rakete von der Erde über etwa 2 Minuten derart beschleunigt, dass sie danach bis in eine Höhe von 10.000 km aufstieg. Sie flog etwa 1 Stunde bis zum Umkehrpunkt ihrer Flugbahn, um in der darauffolgenden Stunde wieder zur Erde zurückzufallen.
Die Flugbahn, die die Rakete nach der Beschleunigungsphase absolvierte, kann als ein freier Fall angesehen werden. Eine mit der Rakete mitgeführte Atomuhr bewegte sich somit in Schwerelosigkeit.
Der Sinn des Experiments bestand darin, Frequenzverschiebungen der kontinuierlich von der Rakete zur Erde gesendeten Signale nachzuweisen. „Das Ziel des Experiments war, direkt den Einfluss des Gravitationspotentials auf die Frequenz eines Hydrogen-Masers [Atomuhr] zu messen […]" ([Ves] S. vii).
Nach dieser Festlegung der Zielstellung des Experiments ging es also darum, den Anteil $\Delta\Phi/c^2$ der Gleichung Gl. 10 (s. S. 9) messtechnisch zu erfassen.

Größtes Hindernis bei dieser Messung ist der DE erster Ordnung. Dieser DE, der durch den Wurzelausdruck in Gleichung Gl. 10 gegeben ist, muss durch die Relativbewegung zwischen Rakete und Erdstation zwangsläufig auftreten. Und er fällt um Größenordnungen stärker aus, als der Effekt aus dem Gravitationspotential.
Deshalb ersannen die Experimentatoren ein System zur Kompensation dieses DE erster Ordnung (siehe [Ves] S. 21 ff.).

Mit dieser gesonderten Ermittlung des DE erster Ordnung konnte des Effekt aus der Gleichung Gl. 10 eliminiert werden. Es ergab sich der zur Auswertung der Frequenzverschiebung des Messsignals von der Rakete übrig gebliebene gravitative Effekt und der DE zweiter Ordnung

$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta \Phi}{c^2} - \frac{\Delta v^2}{2c^2}$ (vgl. [Ves] S. 38 Gl. 15) Gl. 17

Im beschriebenen Experiment von Vessot wurden die verschiedensten Einflüsse auf die Frequenz des Messsignals kalkuliert und in die Auswertung des Experiments integriert. Als Ergebnis wurden die Messwerte im Bild 2 zusammengefasst.

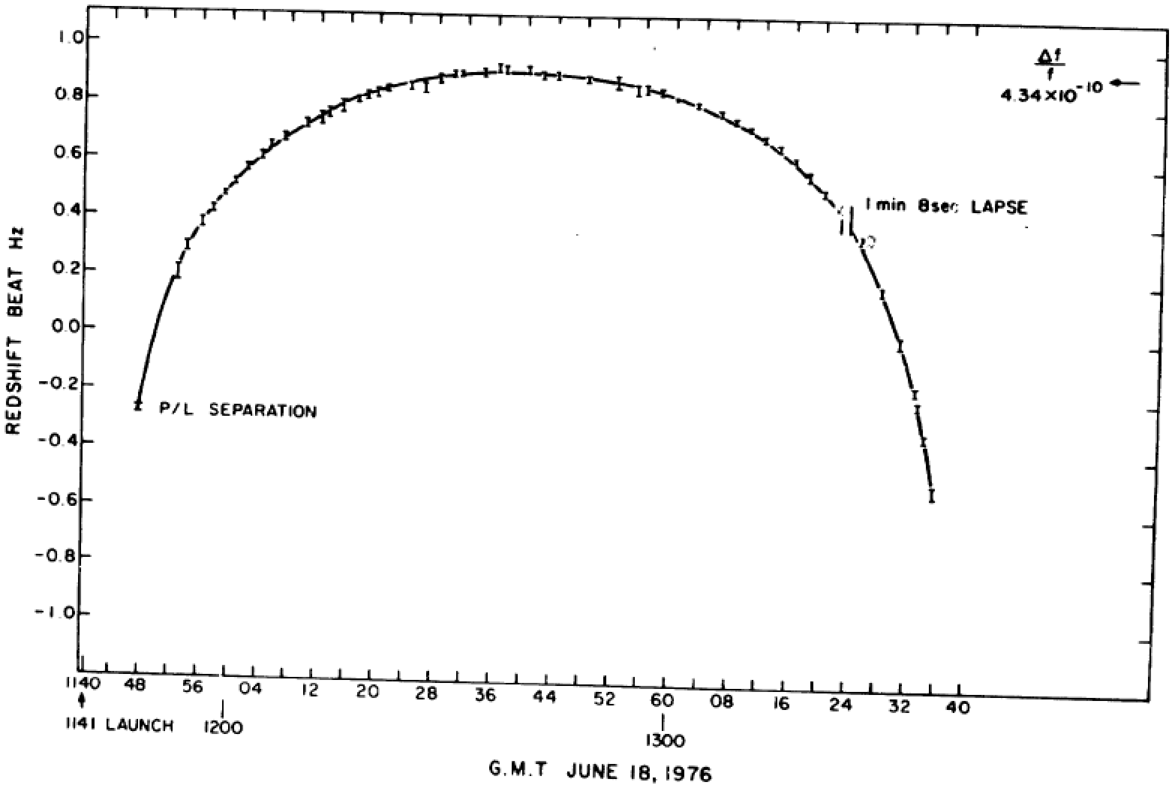

Bild 2: Die Daten der Frequenzverschiebung beim GP-A Experiment ([Ves] S. 71 Fig 24)

Es zeigt sich, dass die von den bekannten Einflüssen bereinigten Messwerte sehr gut mit der Vorhersage (siehe Bild 1 S. 10) übereinstimmen.

Unter der Voraussetzung, dass alles in diesem Experiment soweit kritiklos hingenommen werden kann und es die Übereinstimmung von Theorie und Praxis bestätigt, ist dieses Experiment der praktische Beweis des Äquivalenzprinzip Einsteins. Es zeigt deutlich den Einfluss der Gravitation und der Beschleunigung auf die Frequenzänderung beim freien Fall. Ein Zusammenhang dieser Frequenzänderungen mit dem DE erster Ordnung ist nicht ableitbar, denn dieser DE wurde im Experiment gerade herausgerechnet.

Zusammenfassung

Ausgangspunkt dieses Artikels ist die Frage, ob sich aus einer gemessenen Frequenzverschiebung die auf einen Prozess wirkende Zeitdilatation ableiten lässt. Diese Frage begründet sich in den vielen Versuchen, die zum Nachweis der RT durchgeführt wurden und auf einer Frequenzverschiebung basierten.
Bei denen wurde davon ausgegangen, dass Einstein ([Ein] 910 ff.) die Lorentz-Transformation auf die elektromagnetischen Wellen anwendete und dann zu einer Frequenzverschiebung dieser Wellen kam. Also musste bei einem Nachweis der Frequenzverschiebung der Rückschluss auf die Richtigkeit der Lorentz-Transformation erlaubt sein, wenn diese Verschiebung der von Einstein gefundenen Formel (ebd. S. 912) entspricht. Und weil die Lorentz-Transformation die Zeitdilatation begründet, wäre damit auch die Zeitdilatation nachgewiesen.

Doch die hier aufgezeigten Argumente lassen begründete Zweifel an der Richtigkeit dieses Rückschlusses zu.
Der erste Zweifel ist grundsätzlich ein fehlender Nachweis der Eindeutigkeit des Rückschlusses. Wenn der Rückschluss von einer Frequenzverschiebung auf die Zeitdilatation über den Umweg der Lorentz-Transformation auch nahe liegen mag, so ist er aber nicht der einzig mögliche Schluss.
Die Registratur einer Welle mit einem geänderten Energiegehalt führt ebenso zu einer Frequenzverschiebung beim Empfänger der Welle. Die Änderung des Energiegehalts lässt sich aber ganz klassisch und ohne Zeitdilatation erklären.
Dass dann auch noch der Formalismus der Energieänderung mit dem der Zeitdilatation identisch ist, macht die Auswahl der Interpretation nicht einfacher.

Allerdings gibt es noch einen weiteren Aspekt, der gegen die Zeitdilatation als Ursache für eine Frequenzänderung spricht.
Die Existenz der Zeit muss erst geklärt werden, bevor man ihr eine Dilatation zuordnen kann. Es kann nicht reichen, die Existenz der Zeit aus philosophischer Sich zu definieren, ohne ihren physikalischen Hintergrund nachzuweisen.
Solange die objektive Existenz der Zeit nicht nachgewiesen ist, kann es auch keine Zeitdilatation geben. Ob aber der Zeit eine Existenz zuerkannt werden kann, ist eher abzulehnen (siehe [Syd4]) als anzunehmen.
Von einem praktischen Nachweis einer Zeitdilatation, wenn er denn möglich wäre, auf die Existenz der Zeit zu schließen, wäre allemal nur ein indirekter Beweis. Keineswegs aber kann dafür die Frequenzverschiebung einer elektromagnetischen Welle herangezogen werden.

So schön mithilfe der Zeitdilatation die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit zu erklären ist, so mysteriös ist sie. Die Zeitdilatation aber als realen Unterschied des Uhrengangs zu deuten, führt auf die Widersprüche der SRT und die damit verbundenen Diskussionen ihrer Gegner.
Letztlich ist in diesem Artikel gezeigt, dass mit der Anwendung des DE dieselbe Aussage erreichbar ist. Damit aber den DE als einen relativistischen Effekt zu deuten, führt auf weitere Schwierigkeiten. Schließlich wird der akustische DE auch nicht aus einer Zeitdilatation abgeleitet.

Und dieser Gedankenansatz führt nun direkt zum Debakel mit dem Doppler-Effekt als Frequenzverschiebungseffekt und damit, ihn als Anzeiger für die Zeitdilatation zu missbrauchen.
Den DE gibt es in den verschiedenen Schattierungen. Einerseits ist vom klassischen, dem akustischen und dem DE erster Ordnung die Rede. Der Herkunft dieses DE wird keine Zeitdilatation unterstellt.
Dann wird der relativistische, optische und der DE zweiter Ordnung herangezogen, um ihn als Effekt der Zeitdilatation zu deklarieren.
Mit der Herleitung des optischen DE aus der Lorentz-Transformation durch Einstein (siehe [Ein] S. 910 ff.) wird eine Frequenzänderung aus der Relativgeschwindigkeit abgeleitet (siehe Gleichung Gl. 2 (s. S. 5). Wenn aus diesem DE durch das mathematische Verfahren der Taylor-Analyse sowohl ein DE erster, als auch der DE zweiter Ordnung extrahiert werden, sind diese zu interpretieren. Aus der Gleichung Gl. 18 lassen sich dann die Terme für die DE zeigen:

$$\frac{\nu'}{\nu} = 1 - \cos(\varphi) \cdot \frac{v}{V} + \frac{v^2}{2V^2}$$ (siehe Anl. 2 Gl. A2.5). Gl. 18

Es folgt für den DE mit Substitution der Lichtgeschwindigkeit V zu c:

$$\frac{\nu - \nu'}{\nu} = \cos(\varphi) \cdot \frac{v}{c} - \frac{v^2}{2c^2} + (\dots).$$ Gl. 19

Ist die Frequenzverschiebung als Quotient aus der Frequenzänderung (ν – ν‘) und der Ausgangsfrequenz ν als DE definiert, stellt sich mit der Gleichung Gl. 19 der DE als Summe dreier Terme dar.

Der erste Term (cos(φ)·v/c) hat eine proportionale Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit v. Dieser Term kann unmöglich auf eine Zeitdilatation hinweisen oder durch eine Zeitdilatation verursacht sein.
Da die Zeitdilatation eine von der Richtung der Relativbewegung unabhängige Größe ist, kann also dieser Term mit seiner Winkelabhängigkeit keinen Zusammenhang mit der Zeitdilatation aufweisen.

Der bekannte Term ($-v^2/2c^2$) muss als DE zweiter Ordnung zur Erklärung der Zeitdilatation herhalten. Es ist der Term, der bei einem Winkel φ = 90° den DE in Gänze repräsentiert.

Die Frage, die sich aufdrängt, ist die nach dem Zusammenwirken des DE erster und zweiter Ordnung bei Winkeln φ <> 90°. Wie ist zu erklären, dass dann der erstere Term nicht mit der Zeitdilatation korreliert und der zweite Term vollständig durch die Zeitdilatation hervorgerufen wird.

Letztlich sollte für eine vollständige Betrachtung des sich aus der Gleichung Gl. 2 ergebenden DE der Term (…) auch interpretiert werden. Zu sagen, dass wegen des Vernachlässigens von „[…] Größen vierter[5] und höherer Ordnung […]“ (Ein] S. 904) dieser Term keine Bedeutung hat, gilt nur und ausschließlich für Relativgeschwindigkeiten, die gering gegenüber der Lichtgeschwindigkeit sind. Will man aber den DE für höhere Relativgeschwindigkeiten untersuchen, muss man diesem Term gewisse Aufmerksamkeit zukommen lassen. Er wird dann nicht mehr gegen null gehen (vgl. Gleichung Gl. A2.6).
Dann steht natürlich dieselbe Frage wie bei den vorangegangenen Termen. Es muss nachgewiesen werden, ob dieser ‚Rest‘ der Gleichung durch die Zeitdilatation zu erklären ist oder er anderweitige Ursachen hat. Da dieser Term auf jeden Fall auch Glieder enthält, die mit dem Kosinus φ eine Richtungsabhängigkeit aufweisen, ist ein Zusammenhang mit der Zeitdilatation auszuschließen.

Somit ist aus dem Dargelegten abzuleiten, dass eine Frequenzverschiebung und eine Zeitdilatation zwei völlig unterschiedliche Dinge sind.
Aus einer Frequenzverschiebung die Zeitdilatation abzuleiten, ist ein nichtbegründeter Schluss.
Damit sind sämtliche Versuche und Experimente, die eine Frequenzverschiebung nachweisen, nicht dazu geeignet, die Zeitdilatation zu bestätigen.

[5] Wenn Einstein hier von Größen ab der vierten Ordnung spricht, dann bezieht er sich dabei direkt auf die Taylorreihe der Zeitdilatation $t = \tau\sqrt{1 - \left({}^{v}/_{V}\right)^2}$ ([Ein] S. 904), deren Größe dritter Ordnung gerade zu null würde. Richtiger gesagt und oft praktiziert wird die Vernachlässigung der Größen ab dritter Ordnung.

Anlagen

Anlage 1: Zeitdilatation relativ zu unterschiedlichen Gravitationspotentialen

Wenn in einem Gravitationsfeld Uhren in unterschiedlichen Höhen positioniert sind, sollte erfahrungsgemäß ein unterschiedlicher Lauf dieser Uhren zu registrieren sein. Dabei wird von Relativbewegungen und Beschleunigungen abgesehen.
Nach Gleichung Gl. 10 (s. S. 9) würde sich die Frequenzverschiebung eines Signals, welches von einer Uhr zur anderen gesendet würde, wie folgt:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta\Phi}{c^2} \qquad \text{Gl. A1.1}$$

berechnen.
Nähme man nun an, dass sich der unterschiedliche Lauf der Uhren nach der äquivalenten Formel ([Syd1] S. 5 Gl. 7):

$$dt \approx d\tau\left(1 - \frac{\Phi}{c^2}\right) \text{ (ebd.)}^{6} \qquad \text{Gl. A1.2}$$

gestaltet, folgte für die Zeitdilatation:

$$\frac{d\tau - dt}{d\tau} = \frac{\Delta t}{\tau} = \frac{\Phi}{c^2} \qquad \text{Gl. A1.3}$$

wobei Φ der Potentialdifferenz $\Delta\Phi$ entspräche.

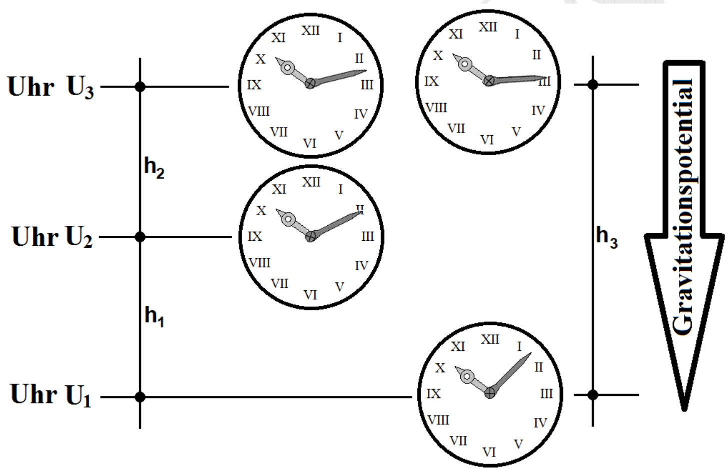

Bild A.1: Uhren in unterschiedlichem Gravitationspotential ([Syd1] S. 6)

Wie bereits in [Syd1] S. 5 ff. herausgearbeitet wurde, gibt es mit dieser Formel (Gleichung Gl. A.1.3) ein Problem, wenn sie auf die Zeitdilatation bezogen wird. Dieses Problem wird hier nochmals aufgezeigt.
Es sei die im Bild A.1 gezeigte Situation mit 3 Uhren gegeben. Damit lassen sich die Relationen vergangener Zeitspannen Δt aufstellen:

[6] In diesem Falle wäre ein Gleichheitszeichen anzunehmen.

$\mathrm{dt_1} = \mathrm{dt_2}\left(1 - \frac{\Delta\Phi(\mathrm{h_1})}{\mathrm{c}^2}\right)$ ([Syd5] S. 6 Gl. 8) Gl. A1.4

$\mathrm{dt_2} = \mathrm{dt_1}\left(1 + \frac{\Delta\Phi(\mathrm{h_1})}{\mathrm{c}^2}\right)$ (ebd. S. 7 Gl. 10) Gl. A1.5

Diese willkürlich aufgestellten Zusammenhänge von Zeitspannen lassen sich nun analysieren. Wählt man die Gleichung Gl. A1.4 aus und setzt dort den Wert für Δt_2 aus Gleichung Gl. A1.5 ein, folgt (siehe ebd. S. 7 Gl. 12):

$\mathrm{dt_1} = \mathrm{dt_1}\left(1 + \frac{\Delta\Phi(\mathrm{h_1})}{\mathrm{c}^2}\right)\left(1 - \frac{\Delta\Phi(\mathrm{h_1})}{\mathrm{c}^2}\right)$ Gl. A1.6

$1 = \left(1 + \frac{\Delta\Phi(\mathrm{h_1})}{\mathrm{c}^2}\right)\left(1 - \frac{\Delta\Phi(\mathrm{h_1})}{\mathrm{c}^2}\right) = 1 - \left(\frac{\Delta\Phi(\mathrm{h_1})}{\mathrm{c}^2}\right)^2$ Gl. A1.7

$0 \approx \frac{\Delta\Phi(\mathrm{h_1})}{\mathrm{c}^2}$ Gl. A1.8

Es zeigt sich, dass die Beziehung für Gleichung Gl. A1.8 nur für verschwindend geringe Potentialunterschiede angenommen werden kann. Das gilt eben nur in schwachen Gravitationsfeldern, also in Feldern mit sehr kleinem Gravitationsgradienten.

In starken Gravitationsfeldern mit nicht zu vernachlässigenden Potentialunterschieden über die Höhe h offenbart sich aber ein Widerspruch in der Formel Gleichung Gl. A1.2 für die Zeitdilatation.

Interessant ist die aus den Gleichungen Gl. A1.4 und Gl. A1.5 zu ziehende Schlussfolgerung, dass das Umstellen einer Gleichung nach der nicht expliziten Zeitspanne durch einfache Division des Klammerausdrucks zu einem kardinalen Fehler führen würde.

Anlage 2: Taylor-Analyse für den Doppler-Effekt

In dieser Anlage wird die Zerlegung der Formel für die von Einstein gefundene Formel für den relativistischen Doppler-Effekt vorgenommen:

$$\nu' = \nu \frac{1-\cos\varphi\frac{v}{V}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{V}\right)^2}} \quad \text{(siehe [Ein] S. 911)} \qquad \text{Gl. A2.1}$$

Diese bekannte Gleichung wird zur Vereinfachung der Durchführung der Taylor-Analyse etwas umgeschrieben:

$$f(x) = (1 - a\cdot x)/\sqrt{1-x^2} \qquad \text{Gl. A2.2}$$

mit den Substitutionen:

$f(x) = \nu'/\nu$ das Verhältnis der betrachteten Frequenzen
$a = \cos(\varphi)$ der Kosinus des Winkels zwischen Bewegungsrichtung und Wellenausbreitung
$x = v/V$ dem Verhältnis der Relativgeschwindigkeit v und der Lichtgeschwindigkeit V.

Nach dem In [Syd3] beschriebenen Verfahren zur Taylor-Analyse sind die entsprechenden Ableitungen der Gleichung Gl. A2.2 zu erstellen:

$$f'(x) = \frac{-a\cdot(1-x^2)^{\frac{1}{2}} + (1-a\cdot x)2x\frac{(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}}{2}}{1-x^2} = -\frac{a}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{(1-a\cdot x)x}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{x-a}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}} \qquad \text{Gl. A2.3}$$

$$f''(x) = \frac{(1-x^2)^{\frac{3}{2}} + (x-a)\frac{3}{2}2x(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}{(1-x^2)^3} = \frac{1}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{3(x-a)x}{(1-x^2)^{\frac{5}{2}}} = \frac{1-3ax+2x^2}{(1-x^2)^{\frac{5}{2}}} \qquad \text{Gl. A2.4}$$

$$f'''(x) = \frac{-3a+4x}{(1-x^2)^{\frac{5}{2}}} - 5x\frac{(1-3ax+2x^2)}{(1-x^2)^{\frac{7}{2}}} \qquad \text{Gl. A2.5}$$

Der nun folgende Aufbau einer Tabelle ist lediglich ein Hilfsmittel und unterstützt den Entwicklungsprozess des Polynoms:

i	i!	$f^i(x=0)$	$f^i(x=0)/i!$	$(x = 0)^i$	$f^i(x=0)/i!*(x = 0)^i$
0	1	1	1	$(x)^0 = 1$	1
1	1	-a	-a	$(x)^1$	$-a\cdot x$
2	2	1	0,5	$(x)^2$	$0{,}5x^2$
3	6	-3a	-0,5a	$(x)^3$	$-0{,}5a\cdot x^3$

Tab. 3: Hilfstabelle zur Berechnung einer Taylor-Reihe drittes Beispiel

Damit ergibt sich die Taylor-Funktion als die Summe der berechneten Summanden der letzten Spalte aus der Tabelle Tab. 1 entsprechend der Vorschrift nach Gl. A2.1:

$$\frac{\nu'}{\nu} = 1 - \cos(\varphi)\cdot\frac{v}{V} + \frac{v^2}{2V^2} - \frac{\cos(\varphi)}{2}\frac{v^3}{V^3} + (\dots) \qquad \text{Gl. A2.6}$$

Literatur

[Dop] Doppler, Ch.; Studnicka, F. J. (Hrsg.): Ueber das farbige Licht der Doppelsterne, und einiger anderer Gestirne des Himmels
Verlag der Königl. Böhm. Ges. der Wissenschaften Prag (Böhmen) 1903
https://ia601407.us.archive.org/34/items/ueberdasfarbigel00doppuoft/ueberdasfarbigel00doppuoft.pdf

[Ein] Einstein, A.: Zur Elektrodynamik bewegter Körper
Annalen der Physik, Jg. 17, 1905, S. 891-921 Bern Juni 1905
http://www.pro-physik.de/Phy/pdfs/ger_890_921.pdf

[Fli] Fließbach, T.: Allgemeine Relativitätstheorie
Springer Spektrum Heidelberg 7. Aufl. (2016) cited 11.02.2023
https://vdoc.pub/download/allgemeine-relativittstheorie-78oukqb4v730

[Gün] Günther, H.: Spezielle Relativitätstheorie, Ein neuer Einstieg in Einsteins Welt
B. G. Teubner Verlag Wiesbaden 2007
https://books.google.de

[Hes] Hesse, J.: Physik für Maschinenbauer
google Braunschweig 07.10.2003
http://home.arcor.de/wurstknochen/HesseMB-Skript0304.pdf

[Mes] Meschede, D.: Gerthsen Physik
Springer Verlag Heidelberg 23. Aufl. 2006

[Pou] Pound, R. V.; Rebka jr., G. A.: Apparent Weight of Photons
Physical Reviews Letters (Vol. 4; Nr. 7; 1960) New York (USA) (01.04.1960) load 18.04.2017
http://sites.fas.harvard.edu/~phys191r/References/b2/pound1960a.pdf

[Rei] Reichert, J.: Präzise optische Frequenzmessungen mit modengekoppelten Lasern
Ludwig-Maximilians-Universität München München (25.4.2000) load 25.05.2009
http://edoc.ub.uni-muenchen.de/421/1/Reichert_Joerg.pdf

[Syd1] Sydow, R.: Das Gravitationspotential, Maryland lässt grüßen
www Niederfinow 04.06.2022
https://rolfswelt.de/physik/#rt-das-gravitationspotential

[Syd2] Sydow, R.: Der jüngere Zwilling, eine wissenschaftlich angehauchte Diskussion
Cuvillier Verlag Göttingen 2014

[Syd3] Sydow, R.: Die Größen n-ter Ordnung, wie man ein Polynom herstellt
www Niederfinow 02.06.2022
https://rolfswelt.de/mathematik/#reihen-taylor-reihe

[Syd4] Sydow, R.: Zeit, ein Trugbild?
www (google) Niederfinow 20.05.2024
html://rolfswelt.de/physik/#rt-zeit

[Syd5] Sydow, R.: Zeitdilatation im freien Fall, und was Vessot damit zu tun hat
www (google) Niederfinow 22.01.2023
www.html://rolfswelt.de/physik/#mechanik-der-freie-fall

[U1] unbekannt: Lexikon der Optik: Doppler-Effekt
Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg (1999) cited 28.01.2025
https://www.spektrum.de/lexikon/optik/doppler-effekt/680

[Ves] Vessot, R. F. C.; Levine, M. W.: Gravitational Redshift Space-Probe Experiment, GP-A Project Final Report Smithsonian Institution Astrophysical Observatory Cambrigde (USA MA) (12/1979) cited 24.01.2017
https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19800011717.pdf